UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
INSTITUTO DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA AMBIENTAL

RECONSTRUÇÃO DA DINÂMICA NÃO LINEAR DA TEMPERATURA DO AR EM CUIABÁ-MT

STÉFANO TEIXEIRA SILVA

ORIENTADOR: **PROF. DR. SÉRGIO ROBERTO DE PAULO**

Cuiabá, MT, Março de 2015.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
INSTITUTO DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA AMBIENTAL

RECONSTRUÇÃO DA DINÂMICA NÃO LINEAR DA TEMPERATURA DO AR EM CUIABÁ-MT

STÉFANO TEIXEIRA SILVA

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física Ambiental da Universidade Federal de Mato Grosso, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Física Ambiental.

ORIENTADOR: **DR. SÉRGIO ROBERTO DE PAULO**

Cuiabá, MT, Março de 2015.

Dados Internacionais de Catalogação na Fonte.

S586r Silva, Stéfano Teixeira.
Reconstrução da dinâmica não linear da temperatura do ar em Cuiabá-MT / Stéfano Teixeira Silva. -- 2015
vi, 96 f. : il. color. ; 30 cm.

Orientador: Sérgio Roberto de Paulo.
Tese (doutorado) - Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Física, Programa de Pós-Graduação em Física Ambiental, Cuiabá, 2015.
Inclui bibliografia.

1. Dinâmica complexa. 2. Temperatura do ar. 3. Índice Oceânico Niño. I. Título.

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
INSTITUTO DE FÍSICA
Programa de Pós-Graduação em Física Ambiental

FOLHA DE APROVAÇÃO

TÍTULO: **RECONSTRUÇÃO DA DINÂMINCA NÃO LINEAR DA TEMPERATURA DO AR EM CUIABÁ-MT**

AUTOR: **STÉFANO TEIXEIRA SILVA**

Tese de Doutorado defendida e aprovada em 12 de março de 2015, pela comissão julgadora:

Prof. Dr. Sérgio Roberto de Paulo
Orientador
Instituto de Física - UFMT

Profa. Dra. Iramaia Jorge Cabral de Paulo
Examinadora Interna
Instituto de Física - UFMT

Prof. Dr. Thiago Rangel Rodrigues
Examinador Interno
Programa Nacional de Pós Doutorado
PNPD/CAPES

Prof. Dr. George Barbosa da Silva
Examinador Interno
Instituto de Ciências Exatas e da Terra
UFMT

Prof. Dr. Moacir Lacerda
Examinador Externo
Centro de Ciências Exatas e da Terra - UFMS

Prof. Dr. Carlos Alberto Tello Sáenz
Examinador Externo
Faculdade de Ciências e Tecnologia
UNESP Presidente Prudente

DEDICATÓRIA

Aos meus pais Francisco e Sandra por todo amor, dedicação e incentivo.

À minha esposa Sara pelo amor e paciência que sempre devotou.

Aos meus irmãos Mizael e Francisco Filho pela amizade verdadeira.

AGRADECIMENTOS

- Agradeço a Deus por seu infinito amor e bondade, sem Ele não haveria razão para existência.
- Aos meus pais que se sempre batalharam e muitas vezes renunciaram aos seus sonhos, para que eu e meus irmãos pudéssemos realizar os nossos.
- À minha esposa com quem compartilho todos os meus sonhos.
- Aos meus irmãos, companheiros para toda a vida.
- Ao meu Professor orientador Dr. Sérgio Roberto de Paulo, que me acompanha desde a graduação, a quem tenho profundo respeito e admiração e que sempre confiou no meu potencial. Obrigado Professor!
- Ao professor coordenador do PPGFA Dr. José de Souza Nogueira, sempre solicito às necessidades dos pós-graduandos.
- Ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso - Campus Pontes e Lacerda, que me concedeu afastamento para o término deste trabalho.
- Aos meus amigos professores e técnicos que sempre me ajudaram no meu cotidiano e no meu bem-estar em Pontes e Lacerda: Marcelo Ferreira, Manoel Rodrigo, Moises José, Fábio Mariani, Leonam Lauro, Anne Matos.
- Aos meus amigos com quem tive a oportunidade de compartilhar moradia e que sempre estenderam as mãos quando precisei, são eles: Joilton Soares, Gustavo Capistrano, Manoel Pontes, Valdecir Almeida, Eslaine Patrícia, Douglas Gonçalves.
- Aos meus amigos sempre presentes durante a graduação e pós-graduação, Gabriel Magalhães, Marcos Fernando, Rafael Cardim, Erondina Azevedo, Vanessa Rakel, Elis Dener, Andreia Tavares, Lúcio Ângelo, Carolina Maciel, Geraldo Aparecido, Geison Mello, André Luiz, Cristiano Rocha, Renata Gonçalves e Sérgio Gripp.
- Ao BDMEP por disponibilizar os dados utilizados neste trabalho.
- Aos membros da banca examinadora pelas valiosas contribuições.
- A todos os professores, funcionários da administração e colaboradores do PPGFA.

"Ó Senhor, tu és Deus! Tu fizeste essa boa promessa a teu servo".

(1 Crônicas 17:26)

ÍNDICE

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIAÇÕES E SÍMBOLOS

BDMEP	Banco de Dados Meteorológicos para Ensino e Pesquisa
CMSE	Composite Multiscale Entropy- Entropia de Multiescala
Cross- CMSE	Cross Composite Multiscale Entropy- Entropia de Multiescala Composta Cruzada
Cross-MSE	Cross Multiscale Entropy - Entropia de Multiescala Cruzada
Cross-SampEn	Cross-Sample entropy - Entropia amostral cruzada
D_2	Dimensão de correlação
EAM	Erro absoluto médio
ENOS	El Niño Oscilação Sul
FFT	Fast Fourier Transformer - Transformada Rápida de Fourier
FNN	Falsos vizinhos próximos
H	Operador da matriz de Hankel
Hz	Frequência
IPCC	Painel Intergovernamental sobre Mudanças Climáticas
KS	Entropia de Kolmogorov-Sinai
L	Comprimento da janela na SSA
m	Dimensão de imersão
MI	Mutual Information – Informação Mútua
MSE	Multiscale Entropy - Entropia de Multiescala
NOAA	National Oceanic and Atmospheric Administration
ONI	Oceanic Niño Index – Índice Oceânico Niño
OMM	Organização Meteorológica Mundial
OS	Oscilação Sul
r	filtro para cálculo de Entropia amostral
SampEn	Sample Entropy - Entropia amostral
SSA	Singular Spectrum Analysis- Análise do Espectro Singular
SVD	Singular Value Decomposition – Decomposição em Valores Singulares
TSM	Temperatura da Superfície do Mar
T_X	Matriz Trajetória
θ	Função de Heaviside

τ	tempo de atraso
$\sqrt{\lambda_i}$	Autovalores
λ	Expoente de Lyapunov

RESUMO

SILVA, S. T. **Reconstrução da dinâmica não linear da temperatura do ar em Cuiabá-MT.** Cuiabá, 2015, 111 f. Tese (Doutorado em Física Ambiental) - Instituto de Física, Universidade Federal de Mato Grosso.

Investigar e compreender a natureza dos fenômenos e processos físicos que regulam o clima do nosso planeta sempre foram uma das preocupações do homem, que atualmente devido a intensa modificação do ambiente natural e às alterações climáticas em escala global tem sido motivado a pesquisar tais fenômenos. Os impactos locais e globais das ações antrópicas no ambiente natural que o circunda ainda são objetos de estudo com muitas incertezas. Em todo o mundo tem sido feitas muitas pesquisas a respeito desses fenômenos físicos, mesmo assim pouco se sabe sobre a dinâmica própria deles. Isso se deve ao fato dos mesmos serem sistemas abertos e fora do equilíbrio, envolvendo processos determinísticos e estocásticos. A compreensão da dinâmica que regula o clima pode ser feito através da análise de sistemas dinâmicos não lineares, pois os fenômenos envolvidos podem apresentar comportamento caótico. A reconstrução da dinâmica do sistema que originou os padrões de possíveis alterações climáticas, mesmo com apenas uma medida escalar, foi realizada, por meio de técnicas específicas de análise de séries temporais. A descrição do nível de complexidade ou irregularidade de séries temporais pode ser feita por meio da análise de sua dimensionalidade, expoentes de Lyapunov, entropia amostral em multiescalas e análise de espectro singular. O estudo foi desenvolvido com dados da estação climatológica de Cuiabá-MT, fornecidos pelo INMET (Instituto Nacional de Meteorologia) por meio do BDMEP (Banco de Dados Meteorológicos para Ensino e Pesquisa), no período de 1961-2013. Os indícios de uma possível conexão entre os estados dinâmicos da temperatura do ar e do Índice Oceânico Niño – ONI foram verificados por meio da análise de dimensionalidade fractal da série, expoentes de Lyapunov e estimativas de Entropia Amostral. Os resultados apontam para existência de um sistema climático com dinâmica de regulação climática de baixa dimensionalidade e presença de caos determinístico. A evolução temporal dos parâmetros não lineares obtidos (dimensionalidade, expoentes de Lyapunov e entropia) apresentam uma dinâmica complexa que pode ter relação e influência das oscilações do índice ONI. A temperatura do ar apresenta auto-similaridade de 5 a 8 dias nos dados em multiescalas, o que se constitui num possível tempo confiável em modelos de previsão. A análise do espectro singular indica um sistema climático que possui uma forte componente de tendência não linear e sazonalidade que influência o padrão de oscilação em toda a série. A reconstrução da série por meio da SSA foi capaz de modelar a tendência e o comportamento periódico da série, com duas componentes de sazonalidade que podem estar ligadas ao ciclo anual e semianual da variável.

Palavras-chave: Dinâmica complexa, Temperatura do ar, Índice Oceânico Niño.

ABSTRACT

SILVA, S.T. **Reconstruction of nonlinear dynamics air temperature at Cuiabá-MT**. Cuiabá, 2015, 111f. Thesis (Doctorate in Environmental Physics) - Institute of Physics, Federal University of Mato Grosso.

Investigate and understand the nature of the phenomena and physical processes that regulate the climate of our planet has been a concern for people, which currently due to intense modification of the natural environment and global climate change, has been motivated to research such phenomena. The local and global impact of human activities on the natural environment that surrounds are still objects of study with many uncertainties. All around the world many researches has been done about these physical phenomenas, however little is known about their dynamics. This is due to the fact they are open systems and off-balance, involving deterministic and stochastic processes. Understanding the dynamics that govern the climate can be done through analysis of nonlinear dynamical systems because the phenomenon involved has chaotic behavior. The reconstruction of the system dynamics that originated the possible climate changes patterns, with only one measurement scale, it is possible, through specific techniques of time series analysis. The description of the level of complexity or irregularity of time series can be made through the analysis of their dimensionality, Lyapunov exponents, sample entropy, multiscale sample entropy analysis and singular spectrum analysis. The study was conducted with data from the meteorological station of Cuiabá, provided by INMET (National Institute of Meteorology) through BDMEP (Meteorological Data Bank for Education and Research) on the 1961-2013 periods. The evidence of a possible connection between air temperature dynamic states and the Oceanic Niño Index - ONI, was verified by fractal dimensionality analysis of the series, Lyapunov exponents and estimates of Sample Entropy. The results point to the existence of a climate system with climate dynamic regulation of low dimensional and presence of deterministic chaos. The temporal evolution of nonlinear parameters (dimensionality, entropy and Lyapunov exponents) present a complex dynamics that may be relate and influenced by the fluctuations in ONI index. The air temperature has a self-similarity 5-8 days in the multiscale data, which may constitute a reliable time prediction models. The singular spectrum analysis indicates a climate system that has a strong component of non-linear trend and seasonality that influence the pattern of fluctuation of the series. The reconstruction of the series through the SSA was able to model the trend and the periodic behavior of the series, with two seasonal components that can be linked to the annual and semiannual cycle variable.

Keywords: Complex dynamics, Air temperature, Oceanic Niño Index.

1. INTRODUÇÃO

1.1. PROBLEMÁTICA

A investigação e compreensão da natureza dos fenômenos e processos físicos que regulam o clima do nosso planeta sempre foram preocupações do homem, que atualmente devido à intensa modificação do ambiente natural e às alterações climáticas em escala global tem sido ainda mais motivado a pesquisá-los.

O Brasil é um país que tem uma grande diversidade de ecossistemas e conforme é bastante conhecido, a região do Estado de Mato Grosso tem uma importância especial no que diz respeito à questão das mudanças climatológicas globais.

Apesar de não contar com um parque industrial que contribua significativamente para a adição de gás carbônico na atmosfera, as queimadas no estado se constituem numa taxa de conversão de carbono sólido vegetal em CO_2, além do que (e talvez este seja o fator principal) a ocupação humana no estado tem convertido em grande escala regiões de floresta em áreas de plantio e criação de gado.

No Brasil, efeitos da ação antrópica já podem ser notados em grandes ecossistemas como, por exemplo, Amazônia, Cerrado, Pantanal, etc., em que a diminuição da biodiversidade e de recursos naturais, provocado também por queimadas e desmatamento, tem sido um grave problema.

Os impactos locais e globais das ações antrópicas no ambiente natural que o circunda ainda é um objeto de estudo com muitas incertezas. Em todo o mundo tem sido feitas muitas pesquisas a respeito desses fenômenos físicos (alteração no regime de chuvas, temperatura do ar e efeitos do El Niño sobre o clima, por exemplo), mesmo assim pouco se sabe sobre a dinâmica própria deles. Isso se deve ao fato dos mesmos serem sistemas abertos e fora do equilíbrio, envolvendo processos determinísticos e estocásticos.

As leis físicas conseguem descrever apenas parcialmente o comportamento das variáveis climáticas, sendo assim uma análise delas ao longo do tempo seria importante para se compreender a dinâmica de funcionamento das mesmas.

A compreensão da dinâmica que regula o clima pode ser feita através da análise de sistemas dinâmicos não lineares, pois os fenômenos naturais envolvidos são fenômenos dessa natureza. Estudos têm sido realizados com técnicas particularmente desenvolvidas a partir da teoria da informação e teoria do caos, técnicas que são utilizadas neste trabalho.

1.2. JUSTIFICATIVA

Clima é uma síntese de natureza estatística do estado da atmosfera ou das suas fronteiras, referente a uma determinada área e a um determinado período de tempo. Para efetuar essa síntese usam-se métodos da estatística matemática aplicada aos elementos climáticos que definem e caracterizam o clima (ANTUNES, 2007).

O clima que experimentamos resulta de comportamentos ora ordenados ora caóticos e o resultado disso é um sistema com características de ambos. O sistema climático da Terra tem muitos processos dinâmicos diferentes operando em escala espaço-temporal, portanto sendo tipicamente identificado como complexo (SHUANGCHENG et al., 2006). Sistemas climáticos complexos têm propriedades que não podem ser completamente identificadas apenas pelo entendimento de partes do sistema. As propriedades do sistema são distintas das partes, e elas dependem da integridade do todo; as mesmas podem não se apresentarem quando o sistema é quebrado em várias partes (GALLAGHER e APPENZLLER, 1999). Assim, modelos matemáticos são muito úteis, mas às vezes se torna necessário analisar sistemas sem que se conheçam detalhes sobre sua dinâmica, como no caso de dados obtidos experimentalmente. Assim, nem sempre é possível criar um modelo simplificado que represente o problema (SIMONI, 2008).

Existem vários métodos para identificar e medir o comportamento caótico em séries temporais experimentais, dependendo do que se quer caracterizar no sistema. As técnicas incluem análise visual simples da série temporal representada por um gráfico no tempo da trajetória ou do atrator reconstruído; análise das frequências e ciclos dominantes das séries temporais (*Fast Fourier Transformer* – FFT, *Singular Spectrum Analysis* – SSA); análise da estabilidade usando expoente de Lyapunov; análise de entropia, entre outras, etc. (SILVA, 2011).

As variações da temperatura do ar ao longo do ano, em determinado local, ocorrem devido ao movimento de translação da Terra, processo esse que se repete, de forma cíclica ou periódica, de um ano para outro. Essa marcha anual da temperatura do ar responde claramente à intensidade de radiação solar que chega à superfície do solo, com valores consideravelmente superiores no verão e inferiores no inverno (SILVA, 2006). A variação da temperatura do ar entre locais depende também de outros fatores, tais como: altitude, latitude, longitude e distância dos oceanos (PEREIRA, et al, 2002). Considerando as variações da temperatura do ar como um importante fator no estudo de alteração climática global e modelagem de ecossistemas, faz-se necessário uma investigação e caracterização da mesma com a utilização de técnicas estatísticas de análise de séries temporais para compreensão dos processos e fenômenos físicos envolvidos.

Assim, por meio apenas da variável temperatura seria possível investigar e caracterizar a dinâmica climática do sistema, a evolução temporal dos parâmetros de dinâmica não linear da temperatura e a influência do fenômeno El Niño sobre os padrões não lineares da dinâmica climática da variável.

O objetivo geral deste trabalho foi caracterizar a temperatura do ar de Cuiabá, por meio do cálculo dos principais métodos que capturam a dinâmica não linear da série temporal (série histórica de 1961-2013, obtidas por meio do BDMEP - Banco de Dados Meteorológicos para Ensino e Pesquisa). Para detectar características não aleatórias na variável estudada foi aplicado a SSA - *Singular Spectrum Analysis*, um método recente de análise espectral, que permite identificar os principais modos de variação deste elemento climático.

Os objetivos específicos do trabalho foram:

1) Reconstruir os atratores associados às séries temporais;
2) Estimar a divergência exponencial e a dimensão fractal das trajetórias desses atratores;
3) Calcular a entropia amostral (*SampEn*) e a entropia amostral cruzada *(Cross-SampEn)*;
4) Calcular a entropia por processos de multiescalas denominado *Multiscale Entropy* - MSE e *Composite Multiscale Entropy* – CMSE; Calcular e implementar a *Cross*-MSE e *Cross*-CMSE (*Cross Composite Multiscale*

Entropy) com os dados de temperatura e do índice ONI (*Oceanic Niño Index*);

5) Encontrar os principais modos de variação e fazer previsão usando a *Singular Spectrum Analysis* – SSA.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. MUDANÇAS CLIMÁTICAS

A Terra sempre esteve em constantes mudanças de temperatura em ciclos de milhares de anos de aquecimento e glaciação causados por fenômenos naturais. Com o advento da Revolução Industrial, a mudança de temperatura causada pelo homem através da poluição começou a se evidenciar por meio de alterações no microclima, com o aumento da temperatura nos grandes centros urbanos, por exemplo, e mais recentemente no macroclima, com a elevação do nível do mar, uma ameaça em escala global que pode causar escassez de alimentos e graves problemas sociais (SILVA, 2011).

O IPCC (2007) aponta o aquecimento global como possível agente de mudanças nos padrões de variabilidade de grande escala oceânica e atmosférica. Por exemplo, as projeções de diversos modelos indicam eventos El Niño Oscilação Sul (ENOS) mais intensos e há evidências observacionais que suportam essa projeção. O ENOS está associado com algumas das mais pronunciadas variabilidades interanuais dos padrões climáticos em muitas partes do mundo (NOBRE et al, 2007).

Quando se fala em mudanças climatológicas é imperativo falar sobre o efeito estufa, que é um fenômeno natural benéfico para o planeta, ocasionado pelos gases constituintes da atmosfera terrestre que absorvem e reemitem a radiação infravermelha pelo sistema solo-planta, regulando a temperatura média do planeta, possibilitando a existência de vida na Terra. O problema em si, ao contrário do senso comum, não é o efeito estufa, pois este é natural e favorável aos seres vivos. A atenção deve ser voltada, portanto às possíveis alterações que ações antrópicas podem provocar nas concentrações dos gases atmosféricos, alterando o equilíbrio natural desse fenômeno (SILVA, 2011).

Recentemente foi divulgado o relatório do GT-I do IPCC (2014). O documento destaca a probabilidade de mais da metade do aumento das temperaturas médias na superfície global entre 1951 a 2010 tenha sido causada pela maior concentração de gases do efeito estufa na atmosfera resultante das atividades humanas. É provável que o planeta se aqueça pelo menos 1,5°C até o fim deste século, sendo que a elevação de temperaturas desde a Revolução Industrial até hoje teria sido de 0,8°C, isso resultará em eventos climáticos extremos mais intensos e frequentes.

Em menos de um século, houve um aumento da temperatura média do planeta de 0,5ºC, sendo que algumas marcas recordes de temperatura foram obtidas no final do século XX. Embora possa parecer pequeno, esse aumento de temperatura, do ponto de vista local, pode ter uma representação significativa (VIDAL, 2012).

Salati (2001) aponta que o atual equilíbrio dinâmico da atmosfera está sujeito a forças de transformação que levam às variações climáticas e podem ser estudadas sob três diferentes aspectos, que podem ser generalizados como: variações climáticas devido às variações climáticas globais, decorrentes de causas naturais (El Niño, por exemplo); variações climáticas de origem antrópicas, decorrentes de alterações do uso da terra dentro da própria região em estudo; variações climáticas decorrentes das mudanças climáticas globais provocadas por ações antrópicas.

A radiação solar é praticamente a única fonte de toda a energia que circula através dos organismos em ecossistemas. Quando ela entra no sistema terrestre, uma parte é absorvida pela superfície e outra parte é refletida de volta para o espaço. A radiação solar direta e difusa que atinge a superfície do solo e da vegetação é refletida ou absorvida. A radiação absorvida determina o aquecimento dos corpos os quais passam a emitir radiação de onda longa. A atmosfera (CO2, água) absorve a radiação de onda longa e a irradia em direção à superfície. O saldo do processo é o balanço de radiação (PILLAR, 1995).

O aquecimento e resfriamento do ar são determinados pelo balanço de radiação da superfície do solo e vegetação. O balanço de energia na área urbana é modificado devido às alterações promovidas pela substituição das superfícies naturais (solo nu, vegetação, por exemplo) por superfícies artificiais (pavimentações e construções), que armazenam parte da energia incidente na superfície que seria utilizada na evaporação, aquecendo os ambientes urbanos, tornando-os mais quentes que as regiões periféricas (MACIEL, 2014).

Com isso, as máximas temperaturas no período noturno nas cidades são superiores às encontradas nas áreas rurais, enquanto que, a umidade relativa do ar da área rural é superior ao das cidades, devido ao aumento da capacidade de absorção do vapor de água nas altas temperaturas da cidade e também pela evaporação do solo mais permeável e da transpiração das plantas, o que chamamos de evapotranspiração (MACIEL, 2014).

A temperatura do ar é um dos efeitos mais importantes da radiação solar. Parte da energia radiante que atinge a superfície terrestre é utilizada para aquecer o solo, o qual, por sua vez, aquece o ar em contato com sua superfície, por meio do transporte do calor sensível por condução molecular e difusão turbulenta na massa de ar (OMETTO, 1997).

O ambiente sempre se modifica pelos padrões meteorológicos de grande escala (escala sinótica), modificando também, em maior ou menor grau, as condições locais da camada de ar acima do solo. A interação entre a escala sinótica e a escala local oscila continuamente (LANDSBERG, 1981).

O clima de um local também pode ser modificado pela inserção dos elementos que compõe as cidades, por meio das alterações de superfície que transformam o meio. Esta superfície urbanizada produz aumento de temperatura, modificações no fluxo de ventos, diminuição da umidade relativa, redução da infiltração da água das chuvas, em virtude da impermeabilização do solo causada pela pavimentação asfáltica, pelas novas construções, calçamentos, entre tantas outras interferências no ambiente natural. A substituição de materiais naturais pelos materiais urbanos provoca mudanças nos processos de absorção, transmissão e reflexão, e nas características da atmosfera local (OLIVEIRA, 2011).

A interação oceano-atmosfera-superfície terrestre tem grande influência no sistema climático da Terra. Os processos de troca de energia e umidade entre a superfície dos oceanos, atmosfera e superfície terrestre podem determinar o comportamento do clima em todo o mundo. Dentre os fenômenos climáticos mais conhecidos, está o El Niño Oscilação Sul ENOS (FÉLIX, 2003).

O ENOS é reconhecido como o principal modo de variabilidade do Oceano Pacífico. A previsão sazonal ou anual do ONI (Oceanic Niño Index- índice Oceânico Niño, usado para classificar ocorrências de evento El Niño) tem sido objeto de um número considerável de modelos. A variabilidade de baixa frequência tem sido muito estudada ultimamente, tratando-se de escalas de enorme importância na previsão de longo prazo do clima (previsão anual e sazonal (ANTUNES, 2007; KEPPENNE e GHIL, 1992; GHIL, et al., 2002).

O fenômeno El Niño Oscilação Sul (ENOS) tem sido observado no mundo todo como possível influenciador no aumento de ocorrência de enchentes. Este é um fenômeno de grande escala, que afeta o tempo e o clima de diferentes locais na superfície da Terra e que tem sido bastante estudado (PAULA, 2009).

O ENOS é constituído de dois componentes, um oceânico e outro atmosférico. O componente oceânico é caracterizado por anomalias da temperatura das águas da superfície do Oceano Pacífico Equatorial junto à costa oeste da América do Sul e é atualmente monitorado através da Temperatura da Superfície do Mar (TSM). A componente atmosférica também conhecida como Oscilação Sul (OS) expressa a correlação inversa existente entre a pressão atmosférica nos extremos leste e oeste do Oceano Pacífico (GLANTZ, 2001).

A condição normal da TSM na região central da Bacia do Oceano Pacífico é a concentração de águas quentes na parte oeste e de águas frias na região leste. A essa condição normal de águas do Oceano Pacífico denomina-se de ano neutro ou Neutralidade Climática. Quando as águas quentes migram para a região leste da bacia do Pacífico equatorial, define-se o EL Niño, onde a anomalia TSM é positiva e La Niña quando negativa (GRIMM et al, 1998; BERLATO e FONTANA, 2003; PAULA et al., 2009).

De acordo com Cunha (1999) existem cerca de vinte regiões da Terra cujo clima é afetado pelo El Niño. No Brasil, o setor norte da Região Nordeste, a parte leste da Região Amazônica (na faixa tropical) e a Região Sul do Brasil são as mais afetadas por essa anomalia.

Ferreira (2005) salienta que o El Niño e La Niña, quando atuantes, geram consequências no tempo e no clima em todo o planeta. Uma maneira de acompanhar a evolução destes fenômenos é observar as mudanças da temperatura da superfície do mar ao longo do ano. Os eventos tanto do El Niño quanto da La Niña tem uma tendência a se alternar a cada 3 a 7 anos, com possibilidade de atingir um intervalo de 10 anos, podendo haver períodos intercalados com condições normais, ou seja, de estabilidade oceânica, não ocorrendo anomalias em função do aquecimento e resfriamento das águas superficiais da região. No caso do La Niña, os episódios também podem apresentar frequências de 2 a 7 anos, no entanto com menor ocorrência e períodos de aproximadamente 9 a 12 meses e somente alguns episódios persistem por mais que 2 anos.

Durante a ocorrência do El Niño no Brasil, as regiões Sudeste e Centro-Oeste tem um moderado aumento das temperaturas médias, porém não há padrão característico de mudanças no regime de chuvas (FERREIRA, 2005).

Com o propósito de caracterizar também a dinâmica dos dados de ONI já que o fenômeno é complexo e pode envolver processos determinísticos, as técnicas de análise de complexidade serão aplicadas a este conjunto de dados. Essa análise poderá ajudar na avaliação da possibilidade deste fenômeno influenciar a dinâmica climática da temperatura do ar.

2.2. SÉRIES TEMPORAIS

A análise de séries temporais univariada ou multivariada fornece informações cruciais para descrever, entender e prever a variabilidade climática. A descoberta e implementação de certo número de novos métodos para a extração de informações úteis a partir de séries temporais tem recentemente revitalizado este campo clássico de estudo. Considerável progresso foi feito também na interpretação da informação assim obtido em termos de teoria dos sistemas dinâmicos (GHILL, et al., 2002).

Uma série temporal, também denominada série histórica, é uma sequência de dados obtidos em intervalos regulares de tempo durante um período específico. A característica mais importante deste tipo de dado é que as observações vizinhas são dependentes. Ao analisar uma série temporal, deseja-se modelar o fenômeno estudado para descrever seu comportamento, fazer estimativas e avaliar quais os fatores que influenciaram o comportamento da série, definindo relações de causa e efeito entre duas ou mais séries (DINIZ et al., 2008).

Os movimentos de uma série temporal são constituídos por um conjunto de componentes não observáveis. A tendência, ciclo, sazonalidade e aleatoriedade são componentes individuais presentes no padrão básico de uma série histórica de dados (MORETTIN & TOLOI, 2006).

A série temporal de uma variável pode ser descrita de acordo com seus movimentos pela seguinte equação:

$$Y(t) = S_t + C_t + T_t + E_t \qquad (2.1)$$

em que $Y(t)$ é o valor da variável em um tempo dado, S_t o valor da componente sazonaL, C_t o valor da componente de ciclo em um tempo dado, T_t o valor da componente de tendência em um tempo dado e E_t é o erro ou a variação aleatória (VILANI, 2011).

A componente sazonal representa as flutuações da série de acordo com algum fator de sazonalidade. O ciclo apresenta um comportamento similar à componente sazonal, embora tenha normalmente comprimento maior que aquela. Justamente pelo fato de não apresentar duração uniforme, a identificação da componente ciclo é mais problemática. A tendência representa o aumento ou declínio gradual nos valores das observações de uma série temporal. Com a remoção das componentes de sazonalidade, ciclo e tendência, a componente aleatória fica determinada (WHEELWRIGTH, 1985).

Dada uma série temporal podemos estar interessados em: i) Investigar o mecanismo gerador da série temporal; ii) Fazer previsões de valores futuros da série; podendo ser a curto ou longo prazo; iii) Descrever apenas o comportamento da série através de gráficos; iv) Procurar periodicidades relevantes nos dados. Em todos estes casos podemos construir modelos probabilísticos ou estocásticos, tanto no domínio do tempo como no domínio da frequência, por exemplo: um sinal aleatório com frequência medida em Hz. Devemos construir modelos simples e com menor número de parâmetros possíveis (MORETTIN & TOLOI, 2006).

A ideia de dinâmicas diferenciáveis e encontro de padrões tem avançado consideravelmente para propiciar entendimento de comportamentos irregulares de fenômenos físicos e químicos (ECKMANN & RUELLE, 1985).

Séries temporais trazem consigo um padrão característico das variáveis e, quando se analisa uma variável do ponto de vista unidimensional, existe um número grande de variáveis interdependentes envolvidas. Quando se deseja experimentalmente analisar um sistema complexo pode-se fazê-lo através de séries temporais. À primeira vista, pode parecer o estudo de uma única variável, porém essa variável conta com um grande conjunto de informações, devido a sua correlação (acoplamento) com outras variáveis que são importantes para a dinâmica do sistema.

Nos sistemas complexos geralmente temos um número de variáveis, que quando combinadas entre si ou uma a uma, podem fornecer informações precisas sobre o referido acontecimento. Em modelos matemáticos, geralmente buscamos o estado preferencial da variável, e a este ponto chamamos de atrator (NICOLIS & PRIGOGINE, 1989).

Segundo Baldochi et al. (2001) séries temporais de variáveis climatológicas, como a que está sendo estudada neste trabalho, esta sujeita a influências mútuas que se caracterizam por periodicidades próprias, assim sendo é de se esperar que apresentem um ciclo bem definido de 24 horas que corresponde a influência do ciclo de rotação da Terra.

A determinação da componente periódica da variabilidade temporal de variáveis climatológicas é importante, pois ela está diretamente ligada a processos determinísticos relacionados a leis e fenômenos que podem ser descritos, na maioria das vezes, por expressões matemáticas (ABARBANEL et.al., 1993).

Um passo para caracterização do mecanismo gerador das séries temporais (temperatura diárias para este trabalho), é a caracterização do sistema dinâmico não linear ao qual pertence a série (ABARBANEL et.al., 1993).

2.3. SISTEMAS DINÂMICOS E CAOS DETERMINÍSTICO

A ciência clássica estuda sistemas fechados e em equilíbrio priorizando a ordem e a estabilidade, enquanto a Teoria de Sistemas Dinâmicos Não Lineares estuda fenômenos em sistemas abertos e fora do equilíbrio (CAPISTRANO, 2007).

Silva (2011) apresenta os ecossistemas como sistemas abertos que estabelecem trocas de energia, matéria e quantidade de movimento com o entorno, os considerando assim como sistemas dinâmicos não lineares.

Um sistema dinâmico pode ser representado por um sistema de equações diferenciais que evolui no tempo, podendo ser expresso da seguinte forma:

$$\dot{x} = f(x), \qquad f: R^N \to R^N, x \in R^N \tag{2.2}$$

O campo vetorial *f(x)* define um fluxo $\varphi(x,t) = \varphi_t(x)\ R^N \to R^N$, em que $\varphi_t(x_0) : -\infty < t < +\infty$ é a trajetória (solução) do sistema que contém x_0.

Dessa forma um campo vetorial **x** está sendo submetido a uma mudança imposta por *f*. Essa função é determinada pelo problema em questão. Se essa função for não linear, trata-se de um sistema dinâmico não linear (SIMONI, 2008).

Nas Leis de Newton da Mecânica têm-se equações para modelar processos naturais. Com o conhecimento do estado inicial do sistema e das forças que atuam sobre ele pode-se determinar o comportamento futuro do mesmo. O modelo matemático de um sistema dinâmico é definido como um conjunto de equações que representa com precisão ou, pelo menos, razoavelmente bem a dinâmica do sistema. Note que um modelo matemático não é único para determinado sistema. Um sistema é representado de muitas maneiras diferentes e, portanto, pode ter vários modelos matemáticos, dependendo da perspectiva a ser considerada.

A conjectura do início do século XX, devida a Poincaré, de que sistemas mecânicos descritos por equações de caráter determinístico podem apresentar comportamentos imprevisíveis e, aparentemente, aleatórios motivou a evolução dos métodos de resolução de equações diferenciais (RUELLE e TAKENS, 1971).

Poincaré descreveu o comportamento imprevisível das órbitas do problema de três corpos. Foi pioneiro no estudo de sistemas dinâmicos, utilizando métodos topológicos no estudo da dinâmica no espaço de fase, o trabalho dele aponta para a complexidade dos fenômenos da natureza.

Uma maneira de observar o comportamento dinâmico de um sistema é observando os estados do sistema. O espaço de fase é um espaço abstrato representado por vetores, $x_1(t)$, $x_2(t)$,..., $x_n(t)$. Pode ter um numero arbitrário de dimensões, cujos eixos coordenados são os eixos X_1, X_2,..., X_n. E é caracterizado pelo número de variáveis independentes do sistema (SAVI, 2006).

Hilborn (1994) caracteriza a dimensionalidade do espaço de fase como o número mínimo de variáveis necessárias para especificar o estado dinâmico do sistema.

O espaço de fase é um sistema de coordenadas associado às variáveis independentes que descrevem a dinâmica deste sistema. O atrator é a representação topológica da dinâmica de um sistema neste espaço (RUELLE e TAKENS, 1971).

Um sistema estável é representado por um ponto fixo no espaço de fase; enquanto um sistema periódico apresenta uma órbita fechada (ciclo limite). No caso de sistemas caóticos, as órbitas do atratores nunca repetem o mesmo caminho; contudo, as órbitas estão confinadas (atraídas) a uma região limitada do espaço de fase. Atratores de sistemas caóticos são denominados atratores estranhos, terminologia introduzida por Ruelle e Takens (1971).

Lorenz (1963) apresentou um modelo desenvolvido para prever a convecção em fluidos, que ganhou fama por apresentar comportamento caótico. O modelo de Lorenz busca representar a atmosfera terrestre que é aquecida pelo solo (maior absorvedor da radiação solar) e dissipa essa energia térmica para o espaço.

O 'efeito borboleta', como ficou conhecido, é um clássico exemplo ilustrativo da Teoria do Caos. Lorenz queria explicar a imprevisibilidade e sensibilidade do sistema às condições iniciais, por uma espécie de reação em cadeia.

O modelo era constituído por duas placas, separadas por um fluido, sendo que a placa inferior é progressivamente aquecida enquanto a placa superior é mantida a uma temperatura constante. Aumentando ainda mais a diferença de temperatura entre as placas o movimento do fluido se torna turbulento e células de convecção de Rayleigh-Bérnard são geradas no processo. Para descrever este fenômeno é necessário considerar as equações de Navier-Stokes, da continuidade e da condução de calor. O modelo proposto por Lorenz (1963) tem as seguintes equações:

$$\begin{cases} dx/dt = \alpha\big(y(t) - x(t)\big) \\ dy/dt = \beta x(t) - y(t) - x(t)z(t) \\ dz/dt = \gamma z(t) - x(t)y(t) \end{cases} \tag{2.3}$$

em que, x é proporcional à velocidade de circulação do fluido, y caracteriza a diferença de temperatura entre elementos de fluidos ascendentes e descendentes e z é proporcional aos desvios da temperatura vertical desde o valor de equilíbrio. Associado ao número de Prandtl o parâmetro α relaciona viscosidade e condutividade térmica, β está relacionado com o gradiente de temperatura e γ é um fator geométrico.

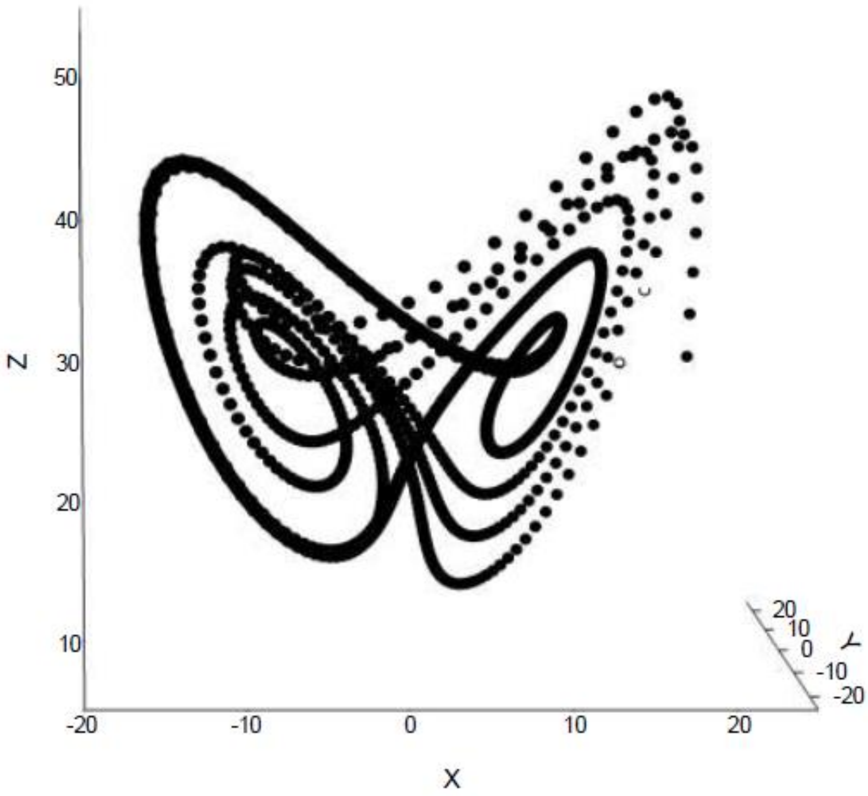


Figura 1. Atrator de Lorenz (Parâmetros: a = 10, b = 8/3 e c = 28).

A sensibilidade crítica às condições iniciais é a principal característica que diferencia o caos determinístico dos sistemas com respostas randômicas ou estocásticas. Nos sistemas aleatórios a mesma condição inicial os leva a estados diferentes em pequenos intervalos de tempo, o que não ocorre no caos determinísticos (SAVI, 2002).

Sistemas simples podem apresentar comportamento complexo. Sistemas complexos podem dar origem a comportamentos simples. As relações de causa e efeito não são proporcionais e nem imediatas. A saída gerada por um ciclo do sistema pode ser iterativa, pode alimentar o ciclo seguinte. A série temporal de uma simples variável tem uma quantidade de informação que guarda um grande número de variáveis interdependentes, carregando consigo a marca de todas as outras variáveis que fazem parte da dinâmica do sistema (NICOLIS & PRIGOGINE, 1989).

Uma série temporal determinística pode conter informações valiosas sobre o atrator, tais como: sua dimensionalidade fractal e a dimensionalidade mínima do espaço de fase dentro do qual o atrator está imerso (GRASSBERGER & PROCACCIA, 1983).

3. MATERIAL E MÉTODOS

3.1 ÁREA DE ESTUDO

O território brasileiro apresenta uma grande variabilidade climática em consequência de fatores como configuração geográfica, extensão territorial, relevo e dinâmica das massas de ar. Esse último fator é de grande importância, pois, atua diretamente sobre as temperaturas e sobre os índices pluviométricos das regiões do país (OLIVEIRA, 2011).

O município de Cuiabá possui área de 3.538,17 km² correspondendo 254,57 km² à macrozona urbana (Lei n.º 4.719/04) e 3.283,60 km² à área rural. Localizado na mesorregião Centro-Sul-Mato-grossense, na microrregião Cuiabá. Esta microrregião é formada pelos municípios de Chapada dos Guimarães, Cuiabá, Nossa Senhora do Livramento, Santo Antônio do Leverger e Várzea Grande (FRANCO, 2013).

Mato Grosso se encontra no Centro-Oeste do Brasil, a sua capital é Cuiabá nesta região a dinâmica de massas de ar é a maior responsável por variações climáticas de temperatura e precipitação (MOURA, 2009).

O clima de Cuiabá é do tipo tropical quente e semiúmido, com duas estações definidas pela distribuição das chuvas: estação chuvosa (primavera-verão) e estação seca (outono-inverno). Índices pluviométricos variam de 1200 a 1500 mm (MAITELLI, 2005; GOMES, 2010).

Cuiabá está a uma altitude de 165 metros acima do nível do mar, variando em sua área urbana de 146 a 250 metros. Situa-se na chamada “depressão cuiabana” que consiste numa peneplanície de erosão, onde predominam relevos de baixas amplitudes (FRANCO, 2013).

De maneira geral a região Centro-Oeste caracteriza-se predominantemente pelo clima quente, sendo sua característica mais marcante a frequência quase que diária de temperaturas altas, sobretudo em Mato Grosso e Goiás, onde nos meses mais quentes, setembro e outubro, podem ocorrer máximas superiores a 40°C (OLIVEIRA, 2011).

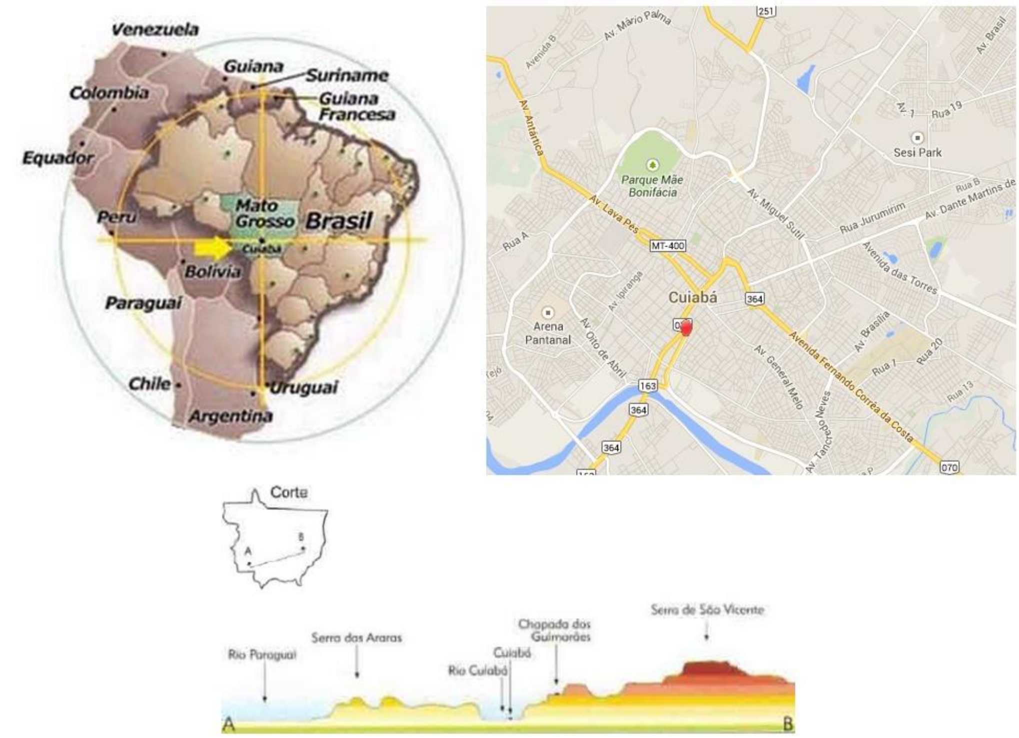


Figura 2. Mapa da localização da estação e área de estudo. FONTE: Adaptado de <http://www.voovirtual.com/t4718-fsx-voando-pelo-brasil-cuiaba> (acessado em: 27/03/2014); Miranda e Amorim, 2000; Santana, 2011; Mapa das Estações do BDMEP- INMET-Google Maps, 2013.

3.2 TRATAMENTO DOS DADOS

O estudo foi desenvolvido com dados de temperaturas médias diárias tomadas a partir de temperaturas máximas e mínimas da estação climatológica de Cuiabá-MT, com localização única dada pela Tabela 1 e indicada pelo ponto vermelho da Figura 2, fornecido pelo INMET (Instituto Nacional de Meteorologia) por meio do BDMEP (Banco de Dados Meteorológicos para Ensino e Pesquisa).

O BDMEP é um banco de dados para apoiar as atividades de ensino e pesquisa e outras aplicações em meteorologia, hidrologia, recursos hídricos, saúde pública, meio ambiente, etc. O Banco abriga dados meteorológicos diários em forma digitais, referentes a séries históricas da rede de estação do INMET (291 estações meteorológicas convencionais) num total de cerca de 3 milhões de informações, referentes às medições diárias, de acordo com as normas técnicas internacionais da Organização Meteorológica Mundial (OMM). (BDMEP, 2013)

No BDMEP estão acessíveis os dados diários a partir de 1961 das estações para as quais se dispunha em forma digital, de pelo menos 80% dos dados que foram registrados naquele período. Os dados históricos referentes a períodos anteriores a 1961 ainda não estão digitalizados e, portanto, estão indisponíveis no BDMEP. (BDMEP, 2013).

A Tabela 1 apresenta os dados de caracterização da estação estudada, apesar do BDMEP disponibilizar os dados desde 1961 de temperaturas médias diárias, a Estação de Cuiabá tem uma falha no período de 1990-1997. Dessa maneira foram criadas duas janelas de dados para serem analisadas, a saber: Janela 1 (1961-1989) e Janela 2 (1998-2013).

Tabela 1. Caracterização da estação estudada.

Estação (OMM)	Estação	Alt. (m)	Lat. (^{0})	Long. (^{0})	Período	Falhas (%)
83361	Cuiabá	145	-15,61	-56,1	1961-1989	0,13
					1998-2013	5,02

Adotou-se um conjunto de critérios para o preenchimento dos dados observados tentando assegurar um período temporal de análise que de acordo com as recomendações da OMM (Organização Mundial de Meteorologia), o comprimento do período de registro dos dados deve ser igual ou superior a 30 anos. Os critérios foram:

I) A estação selecionada deveria ter no máximo 10% de falhas de observação em cada janela criada para análise.

II) Para falhas de 1 dia utilizou-se a média aritmética entre os valores dos em dias antecessores e sucessores sem falha.

III) Para falhas de 2 ou mais dias utilizou-se a média aritmética entre os valores dos mesmos instantes em semanas antecessores e sucessores sem falha.

IV) Não se realizava o preenchimento caso a falha fosse maior (falhas mensais ou anuais) que nos casos anteriores com o propósito de preservar a dinâmica do sistema.

Os anos de ocorrência e duração dos eventos El Niño e La Niña, assim como os valores do ONI, foram retirados de NOAA/National Weather Service – Climate

Predict Center (2013). O ONI é um índice que identifica as anomalias da superfície do mar na região do Niño 3.4, entre as coordenadas 5ºN–5ºS e 170–120ºW no Oceano Pacífico, por meio de uma média móvel de três meses. Quando o índice for maior que +0,5ºC por, no mínimo, cinco meses consecutivos, é caracterizado um El Niño; quando menor que -0,5ºC por, no mínimo, cinco meses consecutivos, é caracterizado uma La Niña. As variações do índice ONI estão apresentadas na Figura 3.

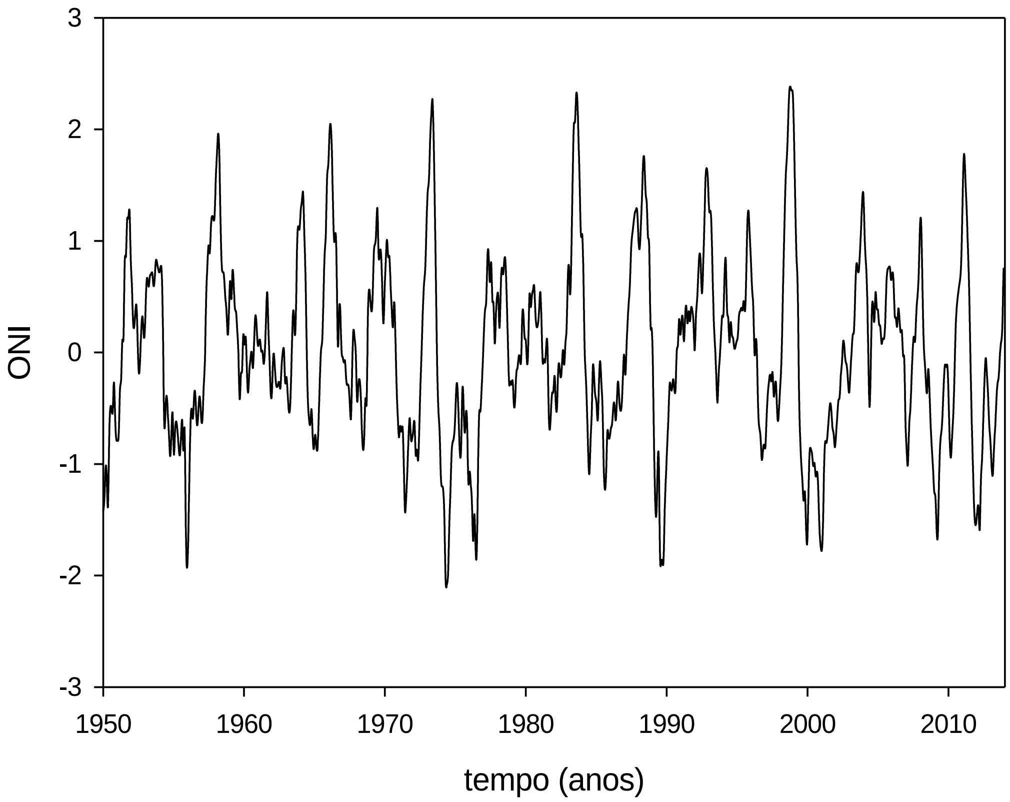


Figura 3. Variações do ONI entre janeiro de 1950 e junho de 2013. O tempo na abcissa é dado pelo ano-calendário.

3.3 INFORMAÇÃO MÚTUA

O critério de informação mútua surge da teoria de informação, embora seja aplicado em outras áreas tais como reconhecimento de padrões, processamento de imagens, seleção e identificação de variáveis de entrada para modelos não lineares (ZAFFALON E HUTTER, 2002).

A partir da série temporal de uma variável pertencente a um sistema dinâmico e das séries obtidas a partir da defasagem temporal da série original por um intervalo de tempo fixo, chamado de “tempo de defasagem” (*“time lag” ou “time delay”*), é possível estimar a dimensionalidade de um sistema (NICOLIS and PRIGOGINE, 1989; ECKMANN and RUELLE, 1985; ABARBANEL et al., 1993).

A ideia para a determinação do tempo de atraso (*time delay “τ”*) adequado para a reconstrução do espaço de fase ou estado é obter variáveis defasadas mais independentemente possíveis. FRASER E SWINNEY (1986) estabeleceram que o tempo de atraso estivesse relacionado com o primeiro mínimo local da medida da informação mútua de uma série temporal, que é o método utilizado neste trabalho. A função $I_{(\tau)}$ é definida como:

$$I_{(\tau)} = \sum_{n=1}^{N-\tau} P(S_n\,, S_{n+\tau})\ log_2\left[\frac{P(S_n, S_{n+\tau})}{P(S_n)P(S_{n+\tau})}\right] \tag{3.1}$$

em que: $P(S_n)$ é a probabilidade da medida S_n, $P(S_{n+\tau})$ é a probabilidade da medida $S_{n+\tau}$ e $P(S_n, S_{n+\tau})$ é a probabilidade conjunta da medida S_n e $S_{n+\tau}$. Quando as medidas S_n e $S_{n+\tau}$ são completamente independentes, $I_{(\tau)}=0$. Por outro lado, quando as medidas S_n e $S_{n+\tau}$ são iguais, $I_{(\tau)}$ é máximo. Portanto a análise da curva de $I_{(\tau)}$ determina o melhor tempo de defasagem para reconstrução do espaço de fase (FRASER & SWINNEY, 1986; MILAN et al., 2009; VIOLA et al., 2010).

Pode-se definir informação mútua informalmente como uma medida da quantidade de informação que uma variável aleatória contém a respeito de outra (VIDAL, 2012).

O método de informações mútuas efetua uma correlação, apresentando o quanto a série original e defasada traz a mesma informação. Isso acontece através de observações de efeitos físicos onde se faz uma comparação entre a medida de uma variável e um respectivo tempo de defasagem. (PALÚ, 2008).

Para se ter o máximo de informação possível dessa comparação, é desejável que exista uma correlação mínima entre a série original e a série defasada. A análise do melhor tempo de defasagem para reconstrução da dinâmica de variáveis microclimatológicas utilizando esse método já foi realizada por alguns autores do

PPGFA (Programa de Pós-Graduação em Física Ambiental), tais como: CAPISTRANO, 2007; PALÚ, 2008; VIDAL, 2012.

Quando se faz uma análise, através de um plano cartesiano, entre as médias de correlação das medidas e seus respectivos tempos de defasagens, encontramos curvas de correlação. Através destas poderemos concluir qual será o melhor tempo de defasagem para representar o atrator de cada uma das variáveis (PALÚ, 2008).

A função $I_{(\tau)}$ fornece as mesmas informações que a função de autocorrelação fornece em sistemas linear sendo, na realidade, um tipo de generalização para sistemas não lineares (SAVI, 2006).

O gráfico da Figura 4 apresenta a Informação mútua para a série temporal de temperatura do ar de 1961-1989 e 1998-2013. Para o cálculo da *Mutual Information* (MI) utilizou-se o programa mutual.exe do pacote de software TISEAN – (disponível em http://www.mpipks-dresden.mpg.de/~tisean/TISEAN_2.1/).

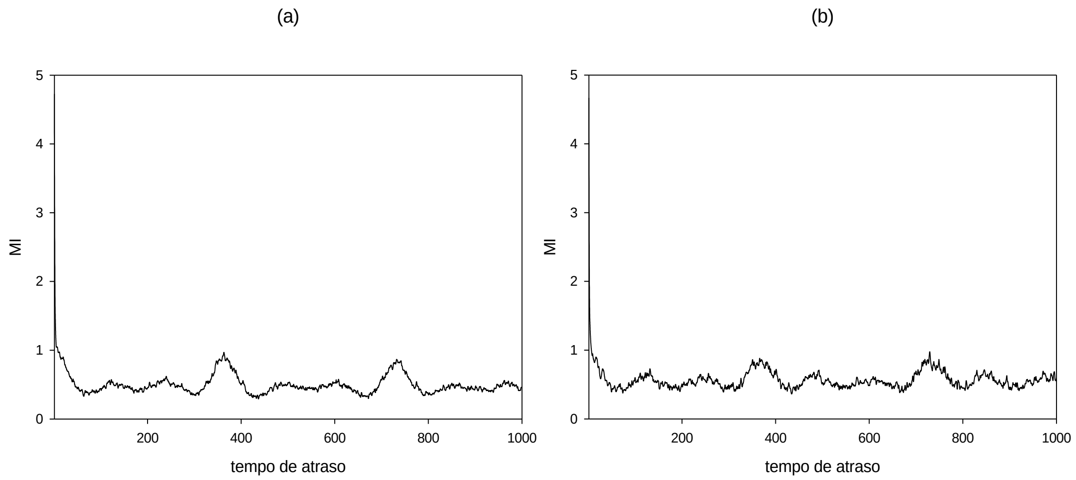


Figura 4. Cálculo do tempo de atraso para o mínimo de informação mútua da temperatura do ar: (a) 1961-1989 parâmetro de defasagem (τ=64); (b)1998-2013 parâmetro de defasagem (τ=59). Os valores escolhidos como tempo de defasagem se referem ao primeiro valor mínimo do coeficiente de informação mútua.

3.4 DIMENSÃO DE CORRELAÇÃO

A observação da mudança nos padrões de variáveis meteorológicas leva em conta a perspectiva de que as mesmas seguem uma dinâmica não linear. A reconstrução da dinâmica do sistema que originou os padrões de possíveis alterações climáticas, mesmo com apenas uma medida escalar, é possível. O teorema que nos garante a possibilidade de tal análise, ou seja, que nos permite a transição de um conjunto de observações escalares para um espaço de fase multivariado é atribuído a Takens (1981), sendo conhecido como teorema de imersão (MELLO, 2010).

Embora o atrator reconstruído pelo método de Takens não seja idêntico ao original, pode-se demonstrar que as propriedades topológicas são preservadas. A dimensão m do espaço de fase reconstruído não é necessariamente idêntica à dimensão d do espaço de fase real dos vetores, que representam a dinâmica do sistema físico (RUELLE, et al, 1986).

Um algoritmo largamente usado para o cálculo da dimensão de uma série temporal é o de dimensão de correlação proposto por GRASBERGER E PROCACIA, 1983.

Seja m um número positivo inteiro e r um número real positivo. Dada uma série de dados do tipo:

$$u_{(1)}, u_{(2)}, u_{(3)}, \dots, u_{(n)} \tag{3.2}$$

de medidas igualmente espaçadas no tempo, de uma sequência de vetores:

$$x_{(1)}, x_{(2)}, x_{(3)}, \dots, x_{(N-m+1)} \ \ em \ \ \boldsymbol{R}^m \tag{3.3}$$

definidos por:

$$x_{(i)} = \left[u_{(i)}, u_{(i+1)}, \dots, u_{(i+m-1)}\right] \tag{3.4}$$

Um ponto de referência é escolhido destes dados e todas as distâncias $|X_i - X_j|$ dos $N - 1$ pontos restantes são computadas. Isto permite calcular os pontos do conjunto de dados que estão dentro de uma distância r do ponto X_i no espaço de fase. Repetindo o processo para todos os valores de i, chega-se à quantidade:

$$C(r) = \frac{1}{N^2} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq 1}}^{N} \theta(r - |X_i - X_j| \tag{3.5}$$

onde θ é a função de Heaviside, que obedece as seguintes condições de contorno:

$$\begin{cases} \theta_{(x)} = 0, \ \ se\ x < 0. \\ \theta_{(x)} = 1, \ \ se\ x > 0. \end{cases} \tag{3.6}$$

Os valores não nulos de $C(r)$ medem a extensão em que a presença de um ponto de dados afeta a posição de outros pontos. $C(r)$ pode também ser entendido como uma função de correlação integral do atrator.

Para calcular a dimensão de imersão do atrator fixa-se uma correlação infinitesimal "ε" e a utiliza como um critério para sondar a estrutura do atrator. Se esta é uma linha, o número de pontos dentro de uma sondagem à distância r de um ponto prescrito deve ser proporcional a r/ε. Se for uma superfície este número deve ser proporcional a $(r/\varepsilon)^2$ e, mais em geral, se for uma dimensão d deve ser proporcional a $(r/\varepsilon)^d$. Espera-se, portanto, que, para r relativamente pequeno, $C(r)$ deverá variar conforme:

$$C(r) \sim r^d \tag{3.7}$$

Em outras palavras, a dimensionalidade "d" de um atrator é dada pela declinação $ln\ C(r)$ por $ln\ r$ para certa distância de r:

$$D_2 = \frac{\ln C(r)}{lnr} \tag{3.8}$$

em que a quantidade D_2 é a dimensão de correlação proposta por GRASSBERGER e PROCACCIA (1983).

Usualmente estima-se o coeficiente angular da região linear obtido através do gráfico de "joelhos". Esse coeficiente angular é então considerado uma estimativa da dimensão de correlação D_2 da projeção do atrator original no espaço reconstruído m dimensional. Para considerar a estimativa de D_2 como se fosse a dimensão do sistema é necessário usar um número grande de valores de n. A dimensao D_2 é uma das principais ferramentas para identificar a existência de dinâmica caótica. No caso de sinais determinísticos, esse valor de D_2 atinge um valor máximo devido à natureza de baixa dimensão do sistema (WANG e CHEN, 2001).

O clima envolve um número muito grande de variáveis interdependentes em que, uma perturbação em uma das variáveis pode tornar o sistema imprevisível. O sistema climático da Terra é uma excelente ilustração disso, tendo muito diferentes processos dinâmicos operaando em todas as escalas espaço-temporais, e pode normalmente ser visto como bastante complexo (Lorenz, 1963, 1991).

Sistemas climáticos complexos têm propriedades que não podem ser completamente identificadas pelo entendimento das partes do sistema. As propriedades do sistema são distintas das propriedades das partes, e elas dependem da integridade do conjunto; as propriedades sistêmicas desaparecem quando o sistema é analisado em partes, ao passo que as propriedades das partes são mantidas (GALLAGHER e APPENZELLER, 1999).

Estimativa da complexidade é de grande interesse na previsão de mudanças climáticas. Por exemplo, as técnicas para calcular a complexidade de séries temporais climáticas envolvem frequentemente o cálculo do expoente de Lyapunov, dimensão de correlação e da complexidade de Kolmogorov, etc. Esses métodos dinâmicos não lineares são poderosas abordagens para a compreensão dos sistemas climáticos complexos. Os cálculos, no entanto, geralmente necessitam de conjuntos de dados longos que podem ser difíceis ou impossíveis de se obter (RICHMAN e MOORMAN, 2000).

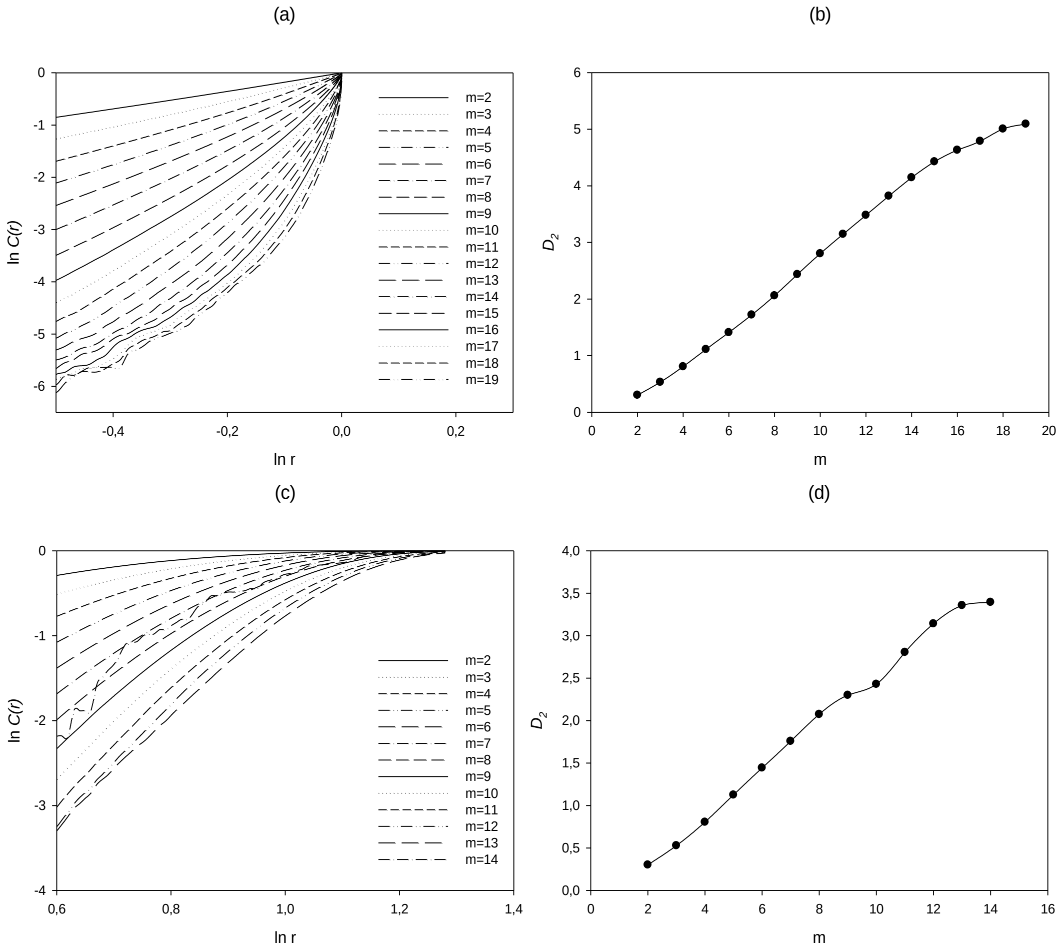


Figura 5. (a) lnC(r) vs lnr para valores crescentes de m para o atrator reconstruído a partir da série 1961-1989 de temperatura do ar e (b) saturação da dimensão de correlação versus dimensão de imersão m para o atrator reconstruído da mesma série. (c) lnC(r) vs lnr para valores crescentes de m para o atrator reconstruído a partir da série 1998-2013 de temperatura do ar e (d) saturação da dimensão de correlação versus dimensão de imersão m para o atrator reconstruído da mesma série.

Para o cálculo da dimensão de correlação (D_2) utilizou-se o programa d2.exe do pacote de software TISEAN – (disponível em http://www.mpipks-dresden.mpg.de/~tisean/TISEAN_2.1/)

3.5 MÉTODO *FALSE NEAREST NEIGHBORS* – (FNN)

Para obter um atrator experimentalmente, registramos um determinado número de pontos descritos pela série temporal experimental. O desafio consiste em obter um conjunto de pontos suficientemente grande, mas viável do ponto de vista de tempo de experimentação, que contenha a dinâmica intrínseca do sistema físico em estudo. Um espaço de estados, numa dimensão adequada para preservar as características do sistema físico em estudo, poderá, então, ser reconstruído a partir dessa série temporal. Em consequência, encontraremos o espaço de estados em que o atrator estará descrito (ou imerso) e, consequentemente, poderemos analisar a dinâmica do sistema (SILVA, 2006).

Para a escolha da dimensão de imersão m, ou seja, dimensão real onde é imerso o conjunto atrator associado à série temporal experimental existem dois métodos amplamente citados na literatura. O primeiro é o método da dimensão de correlação D_2 que para alguns casos também resulta em um m adequado a imersão do atrator (GRASSBERGER & PROCACCIA, 1983; KYOUNG et al.,2011).

O outro método utilizado para determinar a melhor dimensão de imersão m é o método dos Falsos Vizinhos Próximos (*False Nearest Neighbors - FNN*) (KENNEL et al., 1992; SAVI, 2006; VIOLA et al., 2010).

Kennel et al., (1992) propuseram o "método de falsos vizinhos". Admitindo que a dimensão de imersão mínima para uma determinada série temporal $\{S_n\}$ é m_0'. Um determinado ponto da série, definindo a órbita, tem vizinhos que constroem o atrator. Não pode haver trajetórias cruzadas no espaço de fase, isso acabaria com o determinismo, pois para um mesmo estado, haveria mais uma possibilidade de evolução da série no tempo. A ausência do cruzamento na órbita é testada verificando o número de pontos vizinhos da série.

Se a dimensão m_0 for menor que o valor de imersão mínimo m_0', haverá cruzamento na órbita e surgirão os falsos vizinhos. Na ausência de falsos vizinhos, as propriedades topológicas do atrator, são preservadas, pois ele está imerso num espaço de dimensão adequado. A dimensão de imersão mínima m_0 é obtida quando, para m_0' crescentes, o número de falsos vizinhos é zero pela primeira vez. Nessa situação, o atrator estará “desdobrado”. Nosso problema se reduz, então, a encontrar uma metodologia para identificar os falsos vizinhos (SILVA, 2006).

Para identificar os falsos vizinhos, dois testes precisam ser satisfeitos. A distância entre um ponto ξ_n da série e seu vizinho mais próximo ξ_n^1, num atrator reconstruído com dimensão m_0' é representado por $R_{m_0'}(n)$. O ponto ξ_n^1 é um falso vizinho, se $R_{m_0'+1}^2$ aumentar muito quando se passa da dimensão m_0' para a dimensão m_0' +1. Ou seja, ξ_n^1 é um falso vizinho se,

$$\left[\frac{R_{m_0'+1}^2(n) - R_{m_0'}^2(n)}{R_{m_0'}^2(n)}\right]^{\frac{1}{2}} > L_c \tag{3.9}$$

em que L_c é a distância entre dois vizinhos reais, que pode ser encontrada na série em pontos onde cruzamentos na órbita não estão presentes. Esse critério, no entanto, estabelece uma condição necessária, mas não suficiente para identificar os falsos vizinhos. De fato, devido ao número finito de pontos que contém a série temporal experimental, pode haver situações em que o vizinho mais próximo está a uma distância próxima ao próprio tamanho do atrator (SILVA, 2006).

Nesse limite, $R_{m_0'}(n) \sim L_A$, em que, L_A é o tamanho do atrator.

Nesse caso, tomaremos $R_{m_0'+1}(n) \sim 2L_A$ para um falso vizinho. Isso pode ser generalizado. Mais do que trabalhar com o número 2 para definir os falsos vizinhos, podemos definir um valor de A_c como uma referência para testar os falsos vizinhos em séries de poucos pontos, assim:

$$\frac{R_{m_0'+1}(n)}{L_A} > A_c \tag{3.10}$$

Admite-se que um ponto não é um falso vizinho se ele falha nos dois testes representados pelas expressões (3.2) e (3.3) (SILVA, 2006).

A Figura 6 ilustra o conceito dos falsos vizinhos mais próximos utilizando, para isso, algumas órbitas do sistema caótico de Rossler, que possui três variáveis de estado (equação 3.4). Quando se escolhe a dimensão de imersão m = 1 (Figura 6.a), os pontos A–D aparecem todos como vizinhos. No entanto, quando se aumenta a dimensão de imersão para m = 2 (Figura 6.b) verifica-se que o ponto A era um falso vizinho. Finalmente, quando se escolhe a dimensão de imersão m = 3 (Figura 6.c) verifica-se que os pontos A e C eram falsos vizinhos e os pontos B e D continuam a ser vizinhos, pelo que estes são considerados vizinhos verdadeiros (LIMA, 2008).

$$\begin{aligned} dx/dt &= -y - z \\ dy/dt &= x + ay \qquad\qquad a=0{,}2;b=0{,}2;c=5{,}7. \\ dz/dt &= bx + z(x - c) \end{aligned} \tag{3.11}$$

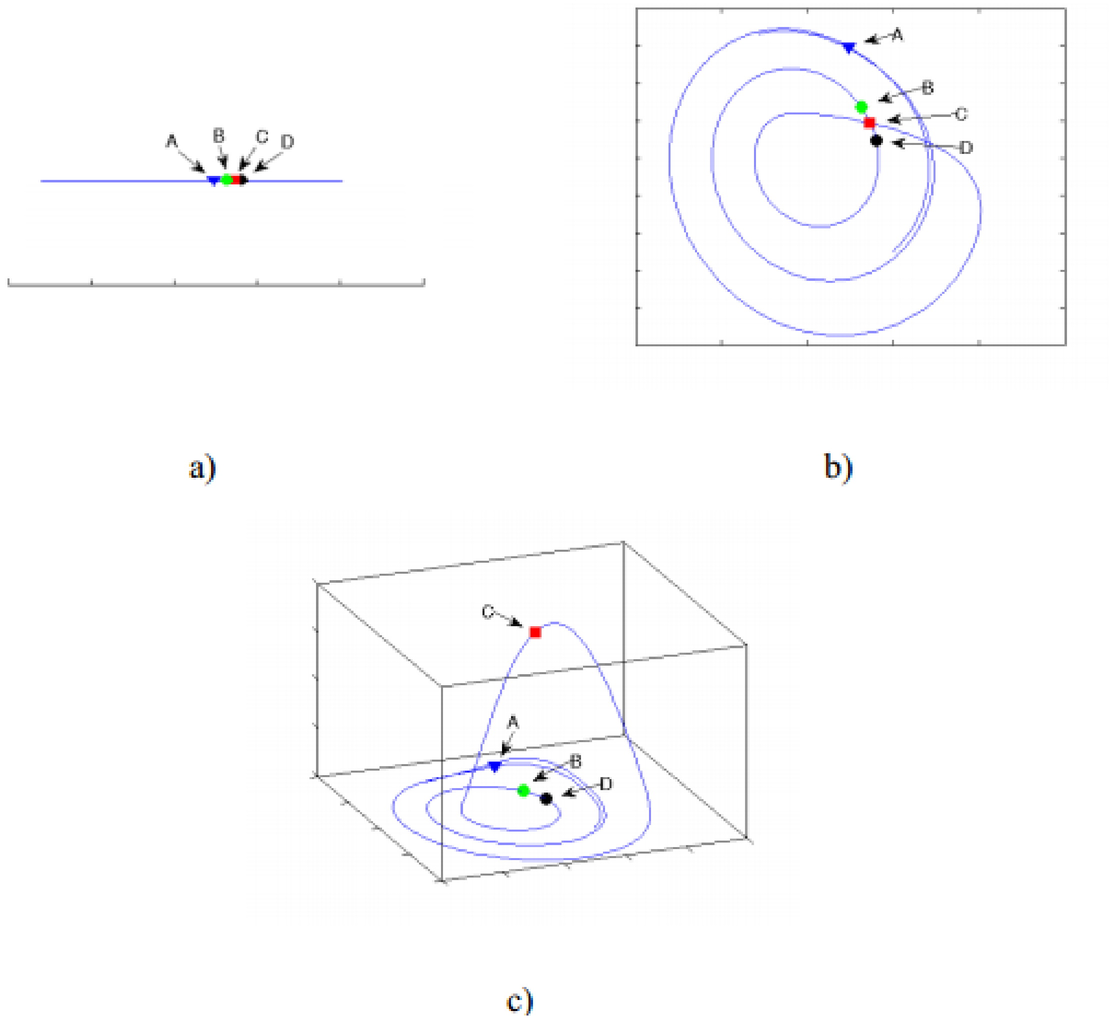


Figura 6. Ilustração do conceito de falsos vizinhos: a) m = 1; b) m = 2; c) m = 3. FONTE: Lima,2008.

Para o cálculo do *False Nearest Neighbors* – (FNN) utilizou-se a ferramenta TOCSY – Toolbox for Complex Systems for Matlab®, do Potsdam Institute for Climate Impact Research (PIK) (disponível em <http://tocsy.agnld.uni-potsdam.de>).

Os gráficos da Figura 7 apresentam a fração de falsos vizinhos para a série temporal de temperatura do ar de 1961-1989 e 1998-2013.

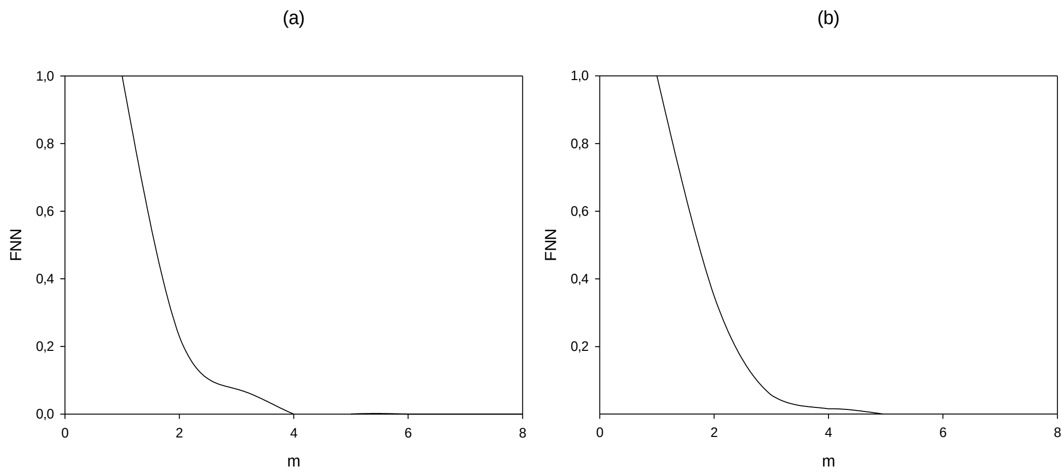


Figura 7. Cálculo da fração de falsos vizinhos para série temporal de temperatura do ar: (a) 1961-1989 parâmetro de imersão (m=4); (b)1998-2013 dimensão de imersão (m=5).

3.6 EXPOENTE DE LYAPUNOV

O Expoente de Lyapunov λ é um parâmetro que provê informação sobre a taxa média na qual as trajetórias divergem ou convergem dentro do atrator. Um λ positivo indica comportamento caótico; enquanto λ negativo ou nulo representa estabilidade ou comportamento cíclico (MELLO, 2013).

Para o cálculo dos expoentes de Lyapunov (λ) utilizou-se o programa lyap_k.exe do pacote de software TISEAN – (disponível em http://www.mpipks-dresden.mpg.de/~tisean/TISEAN_2.1/).

A medida do expoente máximo de Lyapunov é o indicador da taxa de divergência entre trajetórias no espaço de fase inicialmente próximas.

Erbano (2004), faz um resumo do algoritmo de Kantz implementado no pacote TISEAN, que calcula o crescimento exponencial médio das distâncias da seguinte forma:

1. Escolha um ponto s_{n_0} da série de tempo no espaço de fase e determine todos os pontos vizinhos a ele dentro de uma distância inferior a r.
2. Calcule a média das distâncias de todos os vizinhos em relação à trajetória como sendo função do tempo relativo. O logaritmo da distância média do tempo Δn é considerado como sendo a taxa de expansão dentro do

período de tempo Δn (mais o logaritmo da distância inicial) contendo todas as flutuações devidas à projeção e à dinâmica do sistema.

3. Repetindo os passos anteriores para diversos valores de n_0, as flutuações das taxas de expansão convergirão para uma média.

Assim calcula-se:

$$S(m, \varepsilon, \tau) = \frac{1}{N} \sum_{n_0=1}^{N} ln \left(\frac{1}{|u(s_{n_0})|} \sum_{s_n \in u(s_{n_0})} |s_{n_0+\tau} - s_{n+\tau}| \right) \qquad (3.12)$$

Em que os pontos de referência s_{n_0} são os vetores das séries, $u(s_{n_0})$ é a vizinhança de s_{n_0} com diâmetro r. Vale notar que, da mesma forma que calculamos a proporção de falsos vizinhos para cada ponto na trajetória do sistema, r deve ser o menor possível, porém deve ser grande o bastante para que todo ponto tenha pelo menos alguns vizinhos (ERBANO, 2004).

Na prática, com uma série temporal finita, usa-se um novo ponto mais próximo de $u(s_{n_0})$ que esteja dentro de um cone de altura ε cujo eixo de simetria coincida com os pontos de referência e com ângulo de abertura $\theta = \frac{\pi}{9}$. Se nenhum ponto dentro desse cone for localizado aumenta-se o ângulo θ até encontrar-se um vizinho (FERREIRA, 2010).

A estimativa de λ_{max} é feita quando se avalia $S(m, \varepsilon, \tau)$ por τ e , se este exibir um crescimento linear com inclinação idêntica para todo m maior que alguns m_0, e para uma extensão de ε, então esta inclinação pode é tomada como um maior expoente de Lyapunov (MELLO, 2013).

Uma característica de órbitas caóticas é a sensibilidade a condições iniciais, ou seja, a eventual separação das órbitas de pontos próximos a condição inicial à medida que o sistema evolui. A significância do conceito de Expoentes de Lyapunov reside no fato de sua aplicação em órbitas não periódicas. (MELLO, 2013).

A Figura 8 apresenta os expoentes de Lyapunov das séries de 1961-1989 e 1998-2013, nela é possível verificar a inexistência de expoentes de Lyapunov positivos (os expoentes são inferiores a zero), caracterizando as séries como estáveis.

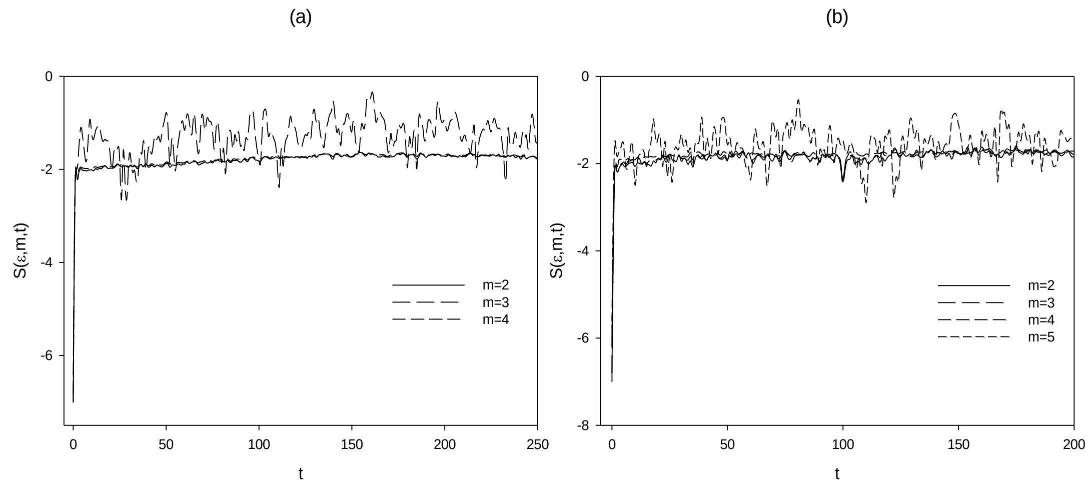


Figura 8. Estimativa dos expoentes de Lyapunov em (a) para a reconstrução do atrator da série de 1961-1989 e em (b) para a reconstrução do atrator da série de 1998-2013.

3.7 ENTROPIA AMOSTRAL – *Sample Entropy* (*SampEn*)

A medida de irreversibilidade dos processos físicos em termodinâmica é cunhada como entropia dentro da termodinâmica. A retomada deste conceito dentro da mecânica estatística por Boltzmann e Gibbs, deu origem a Entropia de Boltzmann-Gibbs, que representa o grau de desordem de um sistema (SILVA, 2013).

Na busca pela quantidade do conceito de informação de um sistema ou evento, Shannon obteve uma formulação matemática muito próxima à definição de Boltzmann-Gibbs, o que determinou a chamá-la de entropia. A entropia de Boltzmann-Gibbs-Shanon é definida como:

$$S_{BGS} = -k \sum_{i=1}^{W} p_i \ln p_i \tag{3.13}$$

em que, k, para o caso da entropia de Shanon é igual a 1, W é a quantidade de estados possíveis do sistema e p_i é a probabilidade de ocorrência do estado i.

Pela equação é possível notar que cálculo de entropia depende apenas das probabilidades de ocorrência dos eventos de um sistema, fato este que a torna aplicável aos mais diversos ramos da ciência no qual as probabilidades aparecem expressando os mais variáveis fenômenos. A extensão do conceito de entropia para análise de sistemas dinâmicos pode ser feita com uma medida da taxa de crescimento da informação no sistema ao longo do tempo, medida que ficou conhecida como entropia de Kolmogorov-Sinai (KS).

A entropia KS nos fornece uma medida da taxa de informação que esta sendo criada no sistema com o tempo. Quanto mais informação o sistema gera, menos se sabe a seu respeito, o que aumenta a incerteza ao longo da sua evolução. Apesar de suas características interessantes, a entropia KS não é aplicável em séries temporais finitas devido aos limites envolvidos em sua equação. Com isso, surgiram algumas alternativas para a entropia KS, como por exemplo, a entropia amostral, entropia amostral cruzada e entropia de multiescala (SILVA, 2013).

O algoritmo para calcular *SampEn* foi publicado por (RICHMAN e MOORMAN, 2000; LAKE et al., 2002). Aqui, tem-se um breve resumo dos cálculos, aplicado às medidas de complexidade para séries temporais.

Vamos assumir que $\mathbb{N}$ denota a série de todos os números naturais. Para cada $N \in \mathbb{N}$, nós temos $\mathbb{Z}_N = \{1, 2, \dots, N\}$ e usaremos $x = [x_i : i \in \mathbb{Z}_N] \in \mathbb{R}^N$ para denotar uma série temporal. Para todo $m \in \mathbb{Z}_{n-1}$ e $i \in \mathbb{Z}_{N-m+1}$, nos definimos um vetor:

$$X_{m,i} = [x_{i+j-1} : j \in \mathbb{Z}_m] \tag{3.14}$$

Para cada $i \in \mathbb{Z}_{N-m+1}$, $x_{m,i}$ representa uma subsequência em *x* de *m* termos consecutivos. Nós temos $x_{m,i}$ como um modelo padrão de série temporal e *m* representa o comprimento deste modelo padrão. O termo *m* representa a dimensão de imersão. A dimensão mínima apropriada para a imersão no espaço de fase é determinada pelo comportamento dos vizinhos próximos (FNN) quando há a mudança da dimensão de imersão m para $m + 1$ (KENNEL et al., 1992).

Para todo $m \in \mathbb{N}$ e $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^m$, a distância entre os vetores $\mathbf{u} = [u_i : i \in \mathbb{Z}_m]$ e $\mathbf{v} = [v_i : i \in \mathbb{Z}_m]$ é definido por:

$$d(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \max\{|u_i - v_i| : i \in \mathbb{Z}_m\} \tag{3.15}$$

Para todo $x \in \mathbb{R}^N$, $m \in \mathbb{Z}_{N-1}$, e todo $i, j \in \mathbb{Z}_{N-m+1}$, nós temos um par correspondido $\{x_{m,i}, x_{m,j}\}$ se:

$$d(x_{m,i}, x_{m,j}) \leq r\sigma(x) \text{ , } \textit{para um número real positivo } r, \tag{3.16}$$

em que $\sigma(x)$ uma taxa do desvio padrão de (x). O número r é chamado de raio de tolerância para pares correspondidos. Para todo $x \in R^N$, $m \in \mathbb{Z}_{N-1}$, e $i \in \mathbb{Z}_{N-m}$, nós definimos $A_r(x,m,i)$ e $B_r(x,m,i)$ para que sejam pares correspondidos, como:

$$A_r(x,m,i) = o\ número\ de\ \ x_{m,j}, tal\ que\ \{x_{m,i}\ , x_{m,j}\}\ \forall i \in \mathbb{Z}_{N-m} \backslash \mathbb{Z}_i \quad (3.17)$$

$$B_r(x,m,i) = o\ número\ de\ x_{m+1,j,} tal\ que\ \{x_{m+1,i}\ , x_{m+1,j}\}, \forall\ j \in \mathbb{Z}_{N-m}\ \mathbb{Z}_i \quad (3.18)$$

Para todo $x \in \mathbb{R}^N, m \in \mathbb{Z}_{N-1}$, vem que:

$$A_r(x,m) = \sum_{i \in \mathbb{Z}_{N-m}} A_r(x,m,i) \quad (3.19)$$

$$B_r(x,m) = \sum_{i \in \mathbb{Z}_{N-m}} B_r(x,m,i) \quad (3.20)$$

Com essas notações, a entropia amostral de uma série temporal $x \in \mathbb{R}^N$ para todo $m \in \mathbb{Z}_{N-1}$ e $r > 0$ é definida por:

$$SampEn(x,m,r) = \begin{cases} \log\big((N-m)(N-m+1)\big), se\ A_r(x,m), B_r(x,m) = 0\ , \\ -log\dfrac{B_r(x,m)}{A_r(x,m)}, se\ A_r(x,m), B_r(x,m) \neq 0. \end{cases} \quad (3.21)$$

SampEn(x,m,r) é o logaritmo natural da probabilidade condicional de que duas sequencias similares com uma tolerância *r* para *m* pontos permanece similar ao próximo ponto. Um baixo valor de entropia é interpretado como um padrão de regularidade na série (SHUANGCHENG et al., 2006).

3.7.1. *Entropia Amostral Cruzada (Cross-SampEn)*

RICHMAN e MOORMAN (2000) propuseram também o algoritmo de Entropia Amostral Cruzada - *Cross-SampEn*, para avaliar o grau de sincronização entre duas séries temporais simultâneas, e tem sido largamente utilizado por vários autores em diversas áreas que lidam com processamento de sinais (sinais biológicos, séries temporais financeiras, meteorologia, etc.) (RICHMAN e MOORMAN, 2000; TANG et al., 2004; XIE et al., 2010., L.-Z et al., 2011; ARAÚJO, 2013).

Araújo (2013) traz uma descrição do método que foi utilizado para avaliar o impacto humano na dinâmica das variáveis hidrológicas da bacia do Rio Piracicaba: Seja $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ e $v = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ duas séries temporais de tamanho *N*. Fixando os parâmetros de entrada *m* e *r*, em que, o termo *m* representa a dimensão de imersão e r é o raio de tolerância para pares correspondidos. A sequência do algoritmo é dada pelos seguintes passos:

1. Constrói-se uma sequência de vetores a partir de *u* e *v*, respectivamente:

$$x_{m_i} = \left(u_i, u_{i+1}, \dots, u_{(i+m-1)}\right),\ 1 \leq i \leq N - m \tag{3.22}$$

$$y_{m_j} = \left(v_j, v_{j+1}, \dots, v_{(j+m-1)}\right),\ 1 \leq j \leq N - m \tag{3.23}$$

2. Para cada $i \leq N - m$, calcula-se:

$$B_i^m(r)(v\|u) = \frac{n°\ de\ 1 \leq j \leq N - m,\ tal\ que\ d\left[x_{m_i},\ y_{m_j}\right] \leq r}{N - m} \tag{3.24}$$

em que, $d\left[x_{m_i},\ y_{m_j}\right] = \max\left\{\left|u_{i+k} - v_{j+k}\right| : 0 \leq k \leq m - 1\right\}$, representa a diferença máxima de seus respectivos compontentes escalares.

3. Em seguida define-se:

$$B^m(r)(\ v\|u) = \frac{\sum_{i=1}^{N-m} B_i^m(r)(v\|u)}{N-m} \tag{3.25}$$

que é o valor médio de $B_i^m(r)(v\|u)$.

4. Analogamente define-se:

$$A_i^m(r)(v\|u) = \frac{n°\ de\ 1 \leq j \leq N - m,\ tal\ que\ d\left[x_{m+1_i},\ y_{m+1_j}\right] \leq r}{N - m} \tag{3.26}$$

e

$$A^m(r)(\ v\|u) = \frac{\sum_{i=1}^{N-m} A_i^m(r)(v\|u)}{N-m} \tag{3.27}$$

que é o valor médio de $A_i^m(r)(v\|u)$.

5. Por fim, calcula-se o índice *Cross-Sample Entropy* :

$$Cross - SampEn\ (m, r, N) = -ln\left\{\frac{A_i^m(r)(v\|u)}{B_i^m(r)(v\|u)}\right\} \tag{3.28}$$

Assim, define-se *Cross-SampEn* como uma medida da correlação cruzada entre duas séries temporais simultâneas. (RICHMAN e MOORMAN, 2000).

3.7.2. *Multiscale Entropy* (MSE)

Um novo método para detectar determinismo em uma série temporal foi introduzido por COSTA et al., (2002). A *Multiscale Entropy* (MSE - Entropia da Multiescala) é um método que mede a complexidade de uma série temporal finita, o mesmo leva em conta complexidade da série em múltiplas escala temporais, quantificando efetivamente a complexidade de uma série temporal. O método MSE usa a *SampEn* para quantificar a regularidade da série temporal, como já foi discutido, a Entropia Amostral pode ser calculada independentemente do comprimento da série temporal, quando o número total de elementos da série temporal é aproximadamente maior que 750 (RICHMAN e MOORMAN, 2000).

Dado uma série temporal unidimensional discreta, $\{x_1, \ldots, x_i, .., x_N\}$, constrói-se consecutivas séries temporais $\{y^{(\tau)}\}$, chamadas de *coarse-grained* , que é uma aproximação grosseira da série temporal analisada por uma escala de fator τ. Em geral cada elemento de uma *coarse-grained,* é calculado de acordo com a equação (3.13), o procedimento usa a média aritmética dos valores da série temporal original transformando-a por meio de um fator de escala τ, conforme apresentado na Figura 9. Para a escala 1, a série temporal $\{y^{(1)}\}$ é a série temporal original. O comprimento de cada *coarse-grained* diminui à medida que se aumenta a escala e, é igual ao comprimento da série original dividido pelo fator de escala τ (COSTA et al., 2005).

$$y_j^{(\tau)} = \frac{1}{\tau}\sum_{i=(j-1)\tau+1}^{j\tau} x_i \,, \qquad 1 \le j \le {}^{N}/_{\tau} \tag{3.29}$$

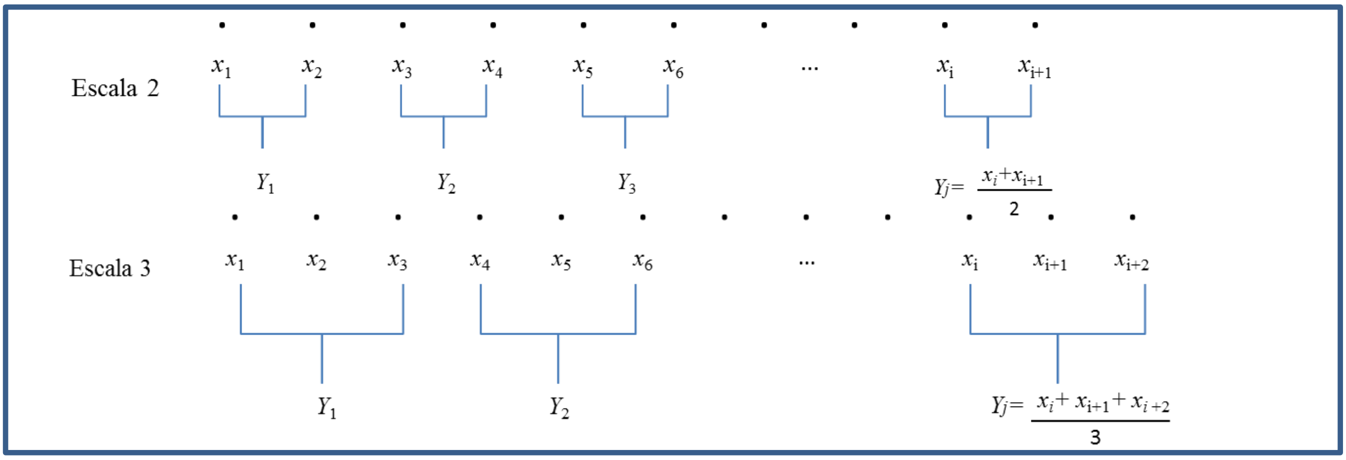


Figura 9. Procedimento para transformação da série original usando fator de escala τ = 2 e τ = 3. FONTE: Adaptado de COSTA et al., (2005).

O procedimento final da MSE é o cálculo da *SampEn* para cada *coarse-grained*, em que os valores calculados são colocados em um gráfico como função da escala τ.

COSTA et al., (2005) estabelecem critérios para análise das curvas de MSE:

1. Se para as maiores escalas os valores de entropia aumentam conforme a escala cresce, a escala é considerada mais complexa que sua precedente, exibindo auto-similaridade.
2. Um decrescimento monótono dos valores de entropia indica que a série temporal contém informação apenas nas primeiras escalas, ou seja, nas menores escalas.

COSTA et al., (2005) analisaram padrões de complexidade em indivíduos saudáveis e com algum tipo de patologia (fibrilação atrial e insuficiência cardíaca congestiva). Os resultados apontam para a complexidade mais alta de indivíduos saudáveis.

CHOU (2012) usou a MSE para investigar mudanças na complexidade dos processos chuva-vazão em Taiwan devido às atividades humanas. Além disso, os resultados fornecem uma referência para a seleção de modelos chuva-vazão.

Recentemente ARAÚJO (2013) também usou o método para avaliar o impacto humano na dinâmica das variáveis hidrológicas da bacia do Rio Piracicaba, em sua tese o autor afirma que a dinâmica da vazão de água foi alterada pela construção dos reservatórios na região e não pela dinâmica de precipitação na mesma.

3.7.3. *Composite Multiscale Entropy* (CMSE)

De Wu et al., (2013) a fim de reduzir a variância dos valores de entropia estimadas em grandes escalas e propor melhor performance em séries temporais curtas, propuseram algoritmo chamado CMSE- Composite Multiscale Entropy, uma entropia de multiescala composta. A eficácia do algoritmo CMSE é avaliada através de sinais de ruído sintético e um conjunto de dados de vibração real.

A Figura 10 apresenta um esquema da construção das escalas de fatores 2 e 3 na CMSE de uma série temporal genérica. A k-ésima *coarse-grained* para uma escala de fator τ, $y_k^{(\tau)} = \{y_{k,1}^{\tau}, y_{k,2}^{\tau}, \dots, y_{k,p}^{\tau}\}$ é definida como:

$$y_{k,j}^{\tau} = \frac{1}{\tau} \sum_{i=(j-1)\tau+k}^{j\tau+k-1} x_i, \qquad 1 \le j \le \frac{N}{\tau}, 1 \le k \le \tau \tag{3.30}$$

Na MSE convencional, os valores de entropia são calculados usando somente a primeira *coarse-grained* da série temporal, enquanto que na CMSE, para cada escala de fator τ, os valores de entropia amostral de todas as *coarse-grained* da série temporal são calculados e o valor da CMSE é definido como a média dos valores de entropia para cada escala τ. Assim:

$$CMSE\ (x, \tau, m, r) = \frac{1}{\tau}\sum_{k=1}^{\tau} SampEn\ (y_1^{(\tau)}, m, r) \qquad (3.31)$$

O tamanho dos vetores utilizados no algoritmo CMSE são maiores do que os utilizados no algoritmo MSE. Um grande número de vetores usados em *SampEn* pode evitar a obtenção de um valor de entropia indefinido e realizar uma estimativa mais precisa. Portanto, para análise de séries temporais curtas, o algoritmo CMSE proposto pode fornecer uma análise mais confiável do que o algoritmo de MSE. No entanto, o custo computacional do CMSE é maior que a MSE, pois são usados mais vetores emparelhados (DE-WU et al., 2013).

Neste trabalho também faremos generalizações para que possamos utilizar os dois métodos de construção de escalas no cálculo da *Cross-SampEn.* Dessa maneira poderemos verificar o comportamento da dinâmica de dados em multiescalas, quando sincronizamos dados de temperatura do ar e do índice ONI, nós chamaremos de *Cross-MSE* e *Cross-CMSE*, essas duas abordagens generalizadas para MSE e CMSE, respectivamente. Os algoritmos para os cálculos de entropias das séries foram implementados no MATLAB®(The Mathworks, Inc. USA). Assim:

$$Cross - MSE(x, y, \tau, m, r) = \frac{1}{\tau}\sum_{k=1}^{\tau} Cross - SampEn\ (y_1^{(\tau)}, x_1^{(\tau)} m, r) \qquad (3.32)$$

$$Cross - CMSE(x, y, \tau, m, r) = \frac{1}{\tau}\sum_{k=1}^{\tau} Cross - SampEn\ (y_1^{(\tau)}, x_1^{(\tau)} m, r) \qquad (3.33)$$

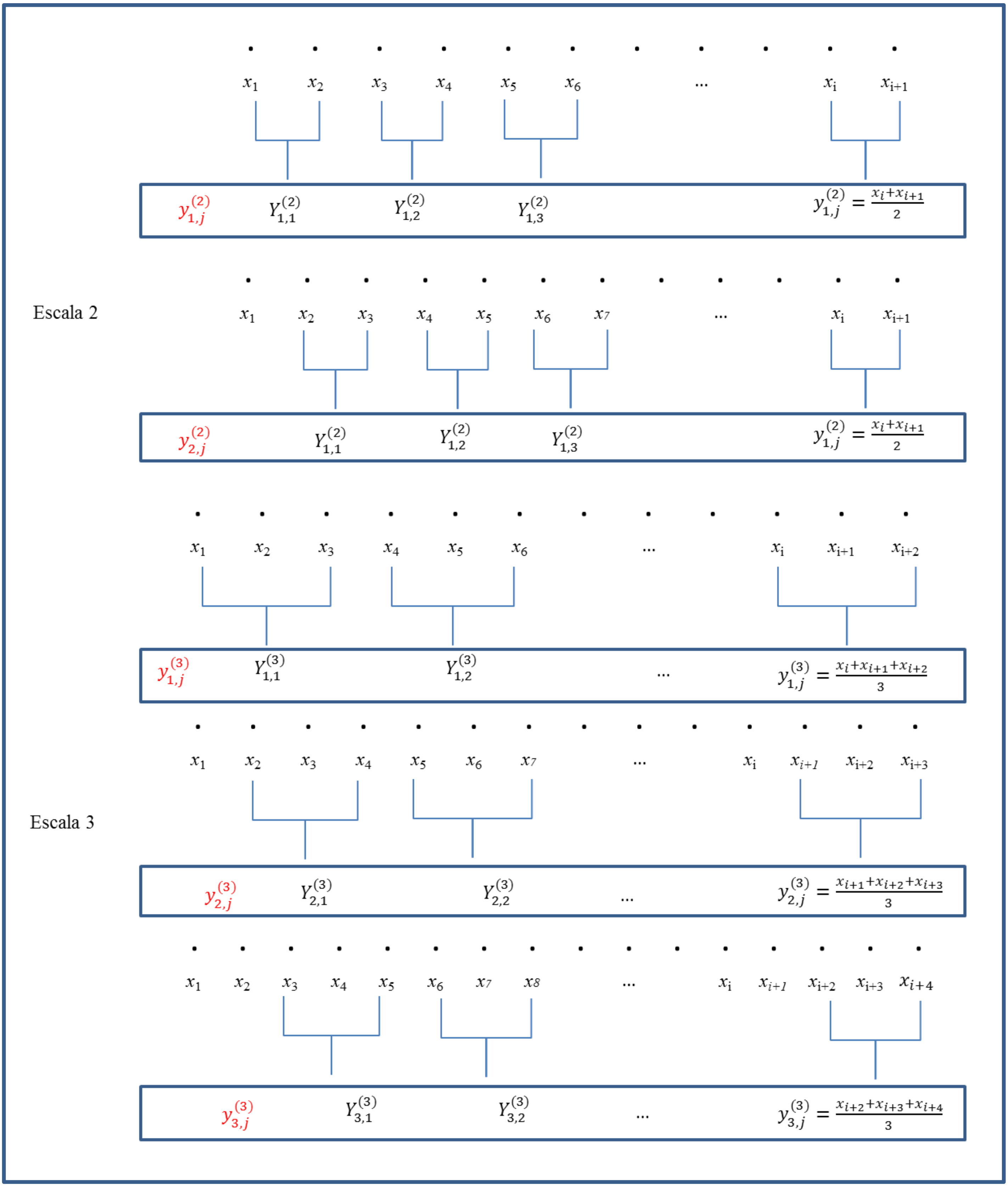


Figura 10. Procedimento para transformação da série original usando fator de escala τ = 2 e τ = 3. FONTE: Adaptado de DE-WU et al., 2013.

3.8 *SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS* - SSA

SSA é uma ferramenta muito útil que pode ser utilizada para resolver diversos problemas, tais como: encontrar tendências, alisamento, extração de componentes de sazonalidade, de ciclos com pequenos e grandes períodos, de periodicidades com diferentes amplitudes, extração simultânea de tendências complexas e periodicidades; encontrar estrutura em séries temporais curtas e detectar pontos de mudança. (HASSANI, 2007).

As possíveis áreas de aplicação de SSA são diversas: de matemática e física para a economia e matemática financeira, de meteorologia e oceanografia para a ciência social e pesquisa de mercado. Qualquer série temporal com padrão aparentemente complexo poderia fornecer outro exemplo de uma aplicação bem sucedida de SSA (GOLYANDINA, et al., 2001).

Este método baseia-se na aplicação univariável no domínio do tempo da análise de componentes principais (PCA – análise de componentes principais) (GHIL; KEPPENNE, 1992). É essencialmente um método de análise linear que pode ser aplicado a dinâmicas não lineares, devido à característica dos autoelementos que se adaptam aos dados analisados. Outros métodos de análise de espectro, como a Transformada de Fourier, usam funções básicas predefinidas para decompor os espectros de sistemas sendo, no caso da TF, senos e cossenos. Em SSA, são os próprios dados que determinam as funções de bases ortogonais que são ótimas estatisticamente (SCALASSARA, 2004).

A primeira componente, chamada de tendência, contém informação sobre mudanças de longo prazo no nível médio da série. A segunda, chamada de componente periódica (harmônicos), contém informação sobre eventos que se repetem regularmente em um intervalo de tempo. A terceira componente chamada de ruído representa todos os aspectos considerados irrelevantes para descrever o comportamento da série. O termo “Análise de Espectro Singular” do acrónimo em inglês *Singular Spectrum Analisys* (*SSA*) provém da decomposição espectral (que conserva os autovetores) de uma matriz em um conjunto (espectro) de autovalores (ELSNER e TSONIS, 1996).

Considere uma série temporal de valores reais diferente de zero $Y_T = (y_1, \dots, y_T)$ de comprimento T. O principal objetivo da SSA é decompor a série original em um soma de séries, de modo que cada componente desta soma possam ser identificadas como uma tendência, oscilação periódica ou componente quase-periódica (talvez, amplitude modulada), ou ruído. Isto é seguido por uma reconstrução da série original (HASSANI, 2007).

O algoritmo básico da SSA tem duas fases: decomposição e reconstrução. A etapa de decomposição requer a incorporação (imersão) e decomposição em valores singulares (SVD). A Imersão decompõe a série temporal original para a matriz de trajetória; SVD transforma a matriz trajetória nas matrizes trajetórias decompostas que irão se transformar em tendência, componentes sazonais mensais e ruídos brancos, de acordo com os seus valores singulares. A fase de reconstrução exige o agrupamento para criar subgrupos da matriz trajetória decomposta e da média diagonal para reconstruir a nova série temporal a partir dos subgrupos (MYUNG, 2009).

Os passos são descritos a seguir:

1. Decomposição

1.1. Imersão

O primeiro passo no algoritmo básico da SSA é a imersão da série temporal inicial para dentro de uma matriz, chamada de matriz trajetória. Assume-se uma série temporal de N valores e denotamos X como: $X = \{X_1, \dots, X_N\}$. No passo de imersão, escolhe-se uma janela de comprimento L, em que $2 \leq L \leq N/2$ é o intervalo para a imersão da série temporal inicial. Mapeia-se a série temporal X dentro de vetores *L-laggeds*, $X_i = \{x_i, \dots, x_{i+L-1}\}$, para $i = 1, \dots, K$, em que $K = N - L + 1$. Constrói-se a Mariz Trajetória T_X com X_i que é cada linha de T_X para $i = 1, \dots, K$. A Matriz Trajetória T_X com $L \times K$ dimensões tem uma propriedade principal, ela é uma Matriz de Hankel, isto é: $x_{ij} = x_{i+j-1}, 1 \leq i \leq K, 1 \leq j \leq L$. Então a T_X, é escrita como:

$$T_{ij} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_L \\ x_2 & x_3 & \dots & x_{L+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_K & x_{K+1} & \dots & x_N \end{pmatrix} \tag{3.34}$$

1.2. Decomposição em Valores Singulares

(*Singular Value Decomposition* - SVD)

Depois do passo de imersão, aplica-se a SVD para a Matriz Trajetória e obtém-se a Matriz Trajetória decomposta T_i para $i = 1, \dots, L$. A aplicação da SVD em $T_X \cdot$ resulta em $T_X = UDV'$, que é chamada de autotriple (*eigentriples*), em que: U_i para $1 < i < L$ é a $K \times L$ matriz ortonormal; D_i para $1 < i < L$ é a matriz diagonal de ordem L; V_i para $1 < i < L$ é a $K \times L$ é a matriz ortonormal quadrada. Neste passo, T_X tem L valores singulares que são $\sqrt{\lambda_1} > \sqrt{\lambda_2} >, \dots, \sqrt{\lambda_L}$. Então o $i - ésimo$ autotriplo de T_i pode ser escrito como $U_i \times \sqrt{\lambda_i} \times V_i^T$ para $i = 1, 2, \dots, d$, em que $d = \max(i: \sqrt{\lambda_i} > 0)$. Então a Matriz Trajetória T_X pode ser denotada como:

$$
\begin{aligned}
T_X &= T_1 + T_2 + \cdots + T_d \\
T_X &= U_1\sqrt{\lambda_1}V_1^T + \ldots + U_d\sqrt{\lambda_d}V_d^T \\
T_X &= \sum_{i=1}^{d} U_i\sqrt{\lambda_i}V_i^T
\end{aligned}
\tag{3.35}
$$

Pode-se calcular a proporção de cada autovalor $\sqrt{\lambda_i}/\sum_{i=1}^{d}\sqrt{\lambda_i}$ desde $\|T_x\|^2 = \sum_{i=1}^{d}\sqrt{\lambda_i}$ e $\|T_i\|^2 = \lambda_i$ para $i = 1, \dots, d$. A proporção de cada autovalor $\sqrt{\lambda_i}/\sum_{i=1}^{d}\sqrt{\lambda_i}$ é a contribuição da matriz T_i para T_X.

2. Reconstrução

2.1. Agrupamento

O agrupamento é a decomposição da matriz T_i $(L \times K)$ dentro de subgrupos de acordo com as componentes de tendência, sazonalidade e ruídos. O agrupamento do estágio de reconstrução é a partição das séries de índice $\{1, \dots, d\}$ dentro de um conjunto de subséries dissociadas de $I = \{I_1, \dots, I_m\}$. Então T_I corresponde ao grupo

$I = \{I_1, \dots, I_m\}$.T_{I_i} é a soma de T_j, em que $j \in I_i$. Então T_X pode ser expandido como:

$$T_X = \overbrace{T_1 + \cdots + T_L}^{SVD} \tag{3.36}$$

$$T_X = \overbrace{T_{I_1} + \cdots + T_{I_m}}^{Agrupamento} \tag{3.37}$$

Para entender o passo de agrupamento, por exemplo, vamos assumir que há somente dois autotriplos da matriz trajetória T_X; os dois grupos são T_L e T_R. Faz-se então a série toda $I = \{1, \dots, d\}$, com $R \cup L = I$, mas R não é uma subsérie de L. Logo, T_I será:

$$T_I = \sum_{i \in I} \sqrt{\lambda_i} U_i V_i^T \tag{3.38}$$

Pode-se calcular então $T_L = T_I - T_R$ sob a hipótese de separabilidade fraca. Então T_L pode ser escrito como:

$$T_L = \sum_{i \in L} \sqrt{\lambda_i} U_i V_i^T \tag{3.39}$$

O conceito de separabilidade fraca é necessário para dar suporte a escolha do agrupamento e média diagonal.

2.2. Diagonalização

No algoritmo básico de SSA, a diagonalização é um procedimento para transformar as matrizes agrupadas T_{I_i} dentro de uma nova série temporal de comprimento N. A série temporal $\tilde{T}^{(i)}$ da média das diagonais correspondentes da matriz T_{I_i}.

$$\tilde{T}^{(i)} = \begin{cases} \dfrac{1}{s-1} \displaystyle\sum_{j=1}^{s-1} x_{j,s-j} & 2 \leq s \leq L \\ \dfrac{1}{L} \displaystyle\sum_{j=1}^{L} x_{j,s-j} & L+1 \leq s \leq K+1 \\ \dfrac{1}{N-s+2} \displaystyle\sum_{j=s-K}^{N-s+2} x_{j,s-j} & k+1 \leq s \leq N+1 \end{cases} \tag{3.40}$$

O operador H (operador da matriz de Hankel, uma matriz cujas diagonais perpendiculares à diagonal principal são constantes – tal qual a matriz trajetória) é usado para calcular a média das diagonais correspondentes da matriz T_{I_i} para $i = 1, \dots, m$. O procedimento de "Hankelização" usa o operador H de Hankel para transformar T_{I_i} dentro de $\tilde{X}^{(i)} = HT_{I_i}$, para $i = 1, \dots, m$. Sob a hipótese de separabilidade fraca a série temporal inicial X pode ser reconstruída por:

$$X = \tilde{X}^{(1)} + \tilde{X}^{(2)} + \ldots + \tilde{X}^{(M)} \tag{3.41}$$

Pode-se afirmar que $\tilde{X}^{(1)}$ sempre será componente de tendência; entretanto a sazonalidade e componentes mensais, não seguem a ordem de $\sqrt{\lambda_1} > \sqrt{\lambda_2} >, \dots, \sqrt{\lambda_M}$. A Figura 11 apresenta um esquema de etapas para análise SSA.

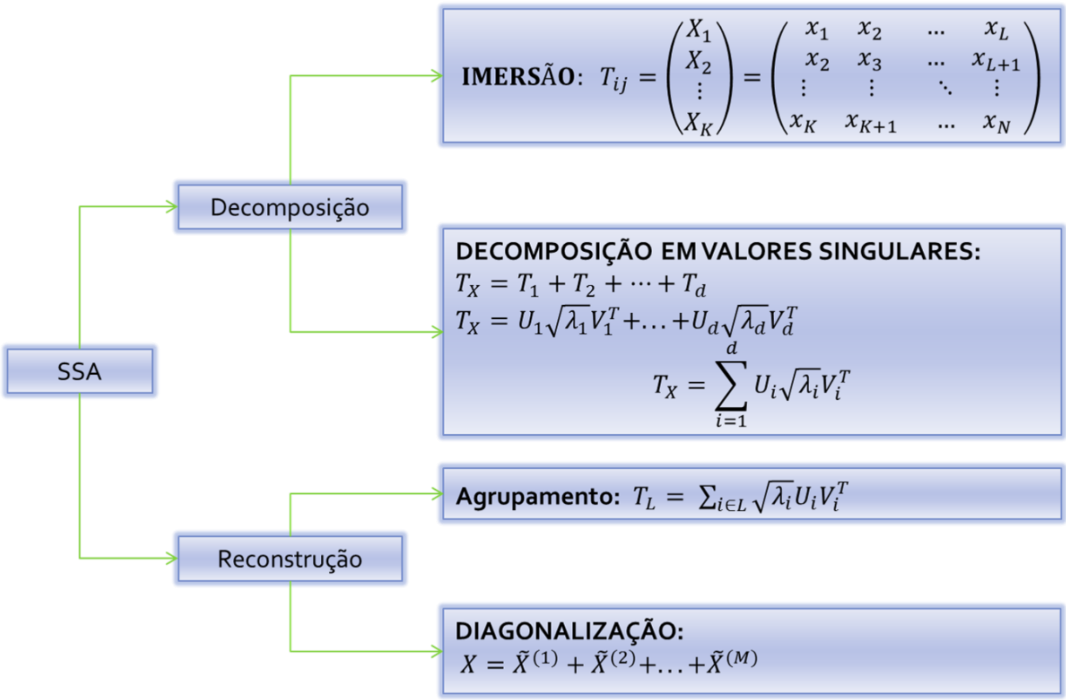


Figura 11. Etapas para análise SSA.

3.8.1. Efeitos do comprimento da janela

No passo de imersão, o comprimento da janela L é o principal parâmetro para determinar a matriz trajetória T_X. Vamos denotar X como a série temporal inicial$\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ de comprimento N. A seleção do comprimento da janela L é crucial para mapear a série temporal dentro dos vetores *L-laggeds* $X_i = \{x_i, \ldots, x_{i+L-1}\}$ para $i = 1, \ldots, K$, em que $K = N - L + 1$. O alcance do comprimento da janela L é $2 < L < {}^{N}\!/_{2}$. O fato do coprimento da janela corresponder a $K = N - L + 1$ na matriz trajetória T_X, faz com que não seja necessário um $L > {}^{N}\!/_{2}$.

Para escolher o comprimento da janela L numa série temporal a seleção da janela não pode assumir os valores máximo e mínimo de janela. Se L está perto de comprimento de janela ${}^{N}\!/_{2}$, a matriz trajetória T_X pode ter suas linhas e colunas sobrepostas. Se o comprimento L da janela for relativamente pequeno, isso pode fazer a matriz trajetória T_X produzir a decomposição indevida dos dados, pois a tendência pode conter componentes sazonais ou mensais.

A Tabela 2 é um resumo para efeitos do comprimento da janela L em SSA. Quanto maior o comprimento da janela, menor é o primeiro autotriplo intrínseco ao autovalor $\sqrt{\lambda_1}$. Portanto, se nós selecionarmos um adequado comprimento da janela L, a tendência torna-se um padrão liso ou regular. Se diminuirmos o comprimento da janela L, a tendência inverte, e mostra um padrão irregular porque pode conter outras componentes.

Tabela 2. O efeito do comprimento da janela L.

Comprimento da Janela	T_X	$\sqrt{\lambda_1}$	Tendência	
$L \uparrow$	$\uparrow$	$\downarrow$	suave	regular
$L \downarrow$	$\downarrow$	$\uparrow$	bruto	irregular

3.8.2. Efeitos do Agrupamento

No estágio de reconstrução, o agrupamento é um parâmetro principal, pois desempenha um papel significativo para determinar a tendência, suavização, sazonalidade e ruídos brancos para a inferência gráfica. Após cada etapa de decomposição que é feita com certo comprimento de janela L, agrupa-se os termos

SVD da matriz trajetória T_X para apresentar corretamente as séries separadas da série inicial.

É importante saber como escolher subgrupos adequados na etapa de agrupamento. As condições são o comprimento L, alguns autotriplos de SVD e $\tilde{X}^{(i)}$ para $i = 1, \dots, d$ da diagonalização. Os termos SVD fornecem para cada autotriplo valor singular proporcional. Olhando para várias parcelas dos principais autotriplos consegue-se decidir pelas componentes de tendência, sazonalidade ou ruídos.

3.8.3. Condição de separabilidade fraca

A SVD divide a matriz trajetória dentro de L matrizes trajetórias decompostas. Pode-se fazer no máximo L matrizes depois do agrupamento se $d = L$, em que $d = \max(i: \sqrt{\lambda_i} > 0)$. Nos passos SVD e diagonalização, assumimos a suposição de separabilidade fraca para extrair as componentes de tendência, sazonalidade e ruídos. Suponha que tenhamos duas séries temporais: F^1 e F^2. A covariância de (F^1, F^2), pode ser escrita como:

$$\rho_{12} = \frac{(F^1, F^2)}{\|F^1\|\|F^2\|} \tag{3.42}$$

em que, $\left\|F^{(i)}\right\| = \sqrt{F^{(i)}, F^{(i)}},\ i = 1, 2.$

As séries F^1 e F^2 tornam-se $\boldsymbol{w}$-ortogonal, se $(F^1, F^2)_{\boldsymbol{w}} = 0$. Se a série temporal F é $\boldsymbol{w}$-ortogonal, então calcula-se: $F = F^1 + F^2$.

3.8.4. Centralização Singular

Suponha que se tenha uma série temporal X_N, com comprimento N. A matriz trajetória é criada a partir de T_X com comprimento de janela L e $K = N - L + 1$. Centralização singular é o passo em que se subtrai a média da coluna da matriz trajetória T_X para cada elemento da coluna de T_X. Assim:

$$X = A_1 + \sum_{1}^{d} \sqrt{\lambda_i} U_i V_i^T = A_1(\boldsymbol{X}) + \sum_{1}^{d} X_i \tag{3.43}$$

3.8.5. Algoritmo Recorrente de Previsão

Seja $X = \tilde{X}^{(1)} + \tilde{X}^{(2)} + \ldots + \tilde{X}^{(M)}$, a série reconstruída ou aproximada. A previsão dos valores futuros $\tilde{X}_{N+h}$, com $h = 1, \ldots, M$, é obtida a partir da seguinte expressão recorrente (GOLYANDINA, et al., 2001):

$$\hat{X}_{N+h} = \sum_{p=1}^{L-1} a_p \hat{X}_{(N+h)-p}; \quad h = 1, \ldots, M \qquad (3.44)$$

em que os a_p são os coeficientes da combinação linear entre os $L-1$ últimos termos da série reconstruída. É claro que, quanto o maior o número de passos à frente (h), mas as previsões dependerão da qualidade das predições anteriores. Para que a predição considere pelo menos um valor aproximado da série original, é necessário um horizonte de no máximo $M = L - 1$. Os números$\hat{X}_{N+1}, \hat{X}_{N+2}, \ldots, \hat{X}_{N+M}$ formam os M termos preditos pelo algoritimo recorrente de previsão, fundamentado no SSA básico.

3.8.6. Medidas de Erro

O desempenho do modelo foi testado utilizando-se o Erro Absoluto Médio (EAM), que é a quantidade usada para medir o quão próximas estão os dados estimados dos dados medidos. O EAM é dado pela equação:

$$EAM = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{N} |e_j| \qquad (3.45)$$

em que, $e_j = X_j - \hat{X}_j$, são os erros de previsão ($\hat{X}_j$ é a previsão de X_j) e n é a quantidade de observações para o conjunto de teste.

As análises e previsão foram realizadas utilizando o software CatMV® cujos resultados são apresentados no próximo capitulo.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo são apresentados os resultados e discussão das análises propostas nos objetivos deste trabalho.

Pode-se observar pela Tabela 3 que as médias anuais (média aritmética considerando todos os dados em um ano) da temperatura do ar em Cuiabá durante o período de 1961-2013 foram maiores durante a primeira década do século XXI (2001-2010), com valor médio de 26,3±0,5°C. Os maiores valores de média anual aparecem nos anos de 2002, 2012 (26,7±2,6°C e 26,7±2,7 °C) e o menor em 1968 (24,7±2,8°C).

A máxima temperatura diária média registrada ocorreu em 2010 (33,44°C) e a mínima em 1984 (10,8°C). Nos dois eventos extremos, houve a ocorrência do El Niño e La Niña, respectivamente. O teste de χ^2 para proporções esperadas desiguais, cuja hipótese nula H_0 nos diz que as médias anuais de temperatura do ar não estão associadas, foi realizado e apresentou $\chi^2_{calculado}$= 4,602 < $\chi^2_{c\ tabelado}$= 61,65, portanto aceita-se a hipótese H_0.

Tabela 3. Médias anuais da temperatura do ar.

Ano	T (°C)	Ano	T (°C)	Ano	T (°C)
1961	26,4±2,7	1976	25,2±2,7	1999	26,2±2,8
1962	25,7±3,0	1977	25,4±2,4	2000	26,3±2,8
1963	26,5±2,8	1978	25,7±2,4	2001	26,3±2,5
1964	26,3±2,7	1979	25,8±2,6	2002	26,7±2,6
1965	26,2±2,5	1980	25,8±2,6	2003	26,1±2,5
1966	26,5±2,8	1981	25,5±2,8	2004	26,3+2,6
1967	25,6±2,5	1982	25,8±1,9	2005	25,8±2,7
1968	24,7±2,8	1983	25,4±3,0	2006	26,2±2,5
1969	25,7±2,8	1984	25,5±2,6	2007	26,3±2,8
1970	25,6±2,8	1985	25,9±2,9	2008	26,2±2,5
1971	24,8±2,9	1986	26,0±2,5	2009	26,3±2,6
1972	25,5±2,7	1987	26,2±2,9	2010	26,4±3,3
1973	25,8±2,9	1988	26,0±2,9	2011	26,7±2,7
1974	25,5±2,4	1989	25,6±2,6	2012	26,7±2,7
1975	25,5±2,5	1998	26,7±2,6	2013	26,6±1,5

A Figura 12 apresenta o gráfico com a série temporal estudada, nela é possível observar a falha nos dados da década de 90.

Com o intuito de transpor esse obstáculo de falhas nos dados e não adicionar informação durante um longo período foram criadas duas janelas de análises. Essas janelas foram divididas em seções (de 2 e 4 anos) para acompanhar a evolução temporal das características extraídas da dinâmica climática da temperatura do ar.

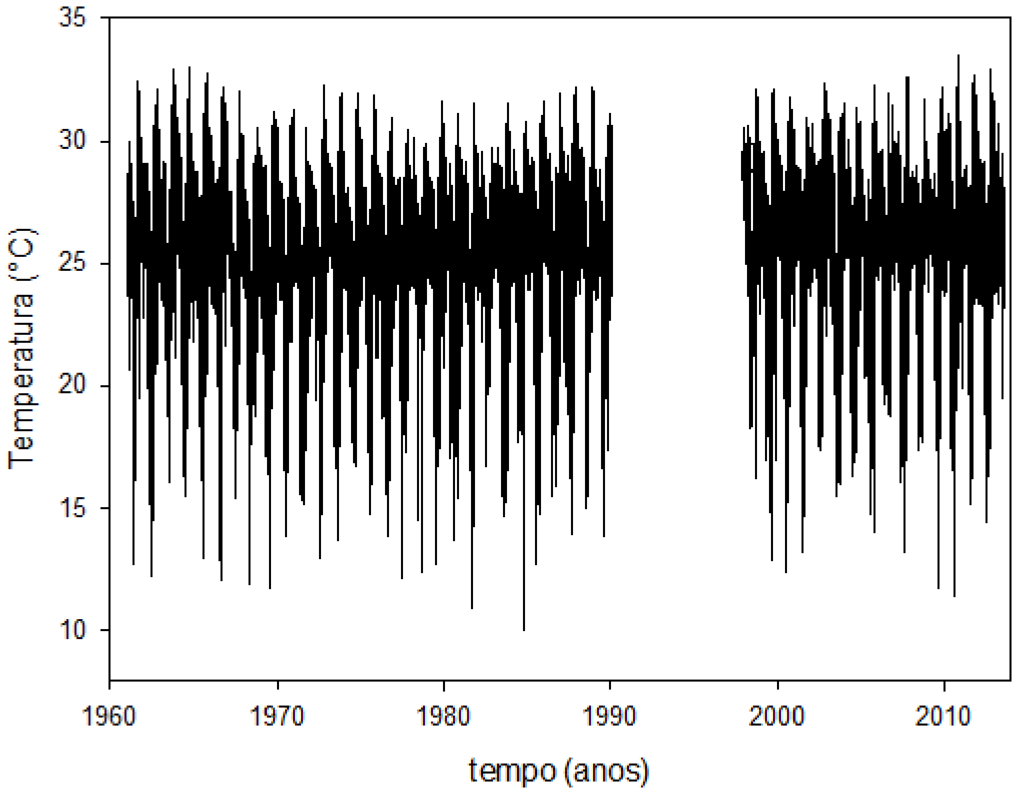


Figura 12. Variações da temperatura diária do ar entre janeiro de 1961 e junho de 2013. O tempo na abcissa é dado pelo ano-calendário.

4.1. Cálculo dos Parâmetros para Reconstrução do espaço de fase

A Figura 13 apresenta os atratores reconstruídos no espaço de fase pelo método de coordenadas defasadas para as duas grandes séries temporais em estudo (1961-1989 e 1998-2013). Essa figura é a projeção R^3 dos atratores, mas devemos lembrar que apesar de ser possível a visualização neste espaço, esses atratores devem existir no espaço de fase com dimensão de imersão maior quando obtidas pelo método FNN.

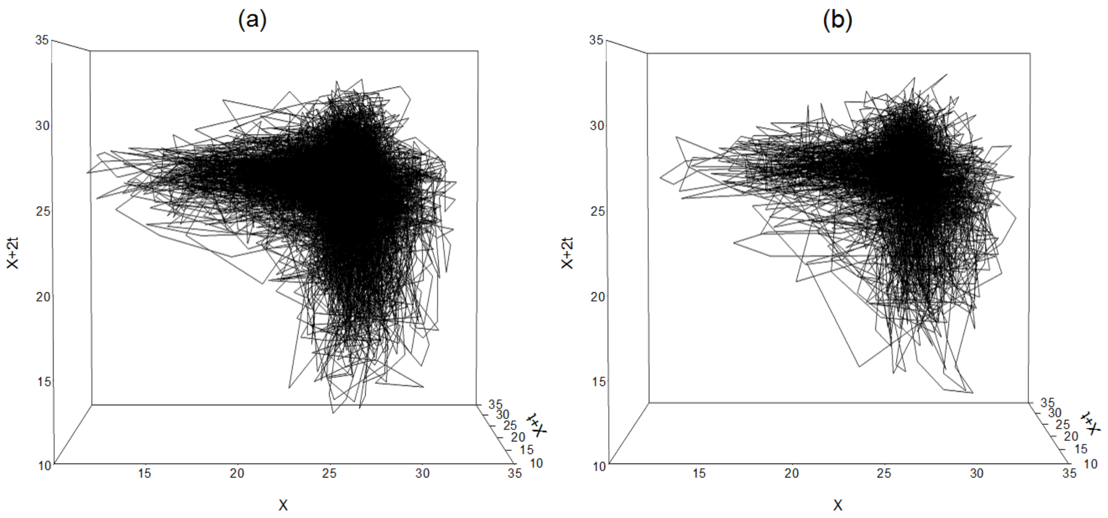


Figura 13. Atratores reconstruídos: (a) 1961-1989 parâmetro de defasagem (τ=64); (b)1998-2013 parâmetro de defasagem (τ=59).

A região do espaço de fase ocupado por um sistema dissipativo diminui com o tempo, ocorrendo uma contração do volume, que é responsável por simplificar a estrutura topológica das órbitas no espaço de fase. Um sistema dinâmico complexo pode ter um comportamento final num espaço de fase com somente algumas dimensões.

Nos dois recortes aqui construídos para o atratores associados às séries temporais de temperatura do ar (1961-1989 e 1998-2013), é possível observar uma densidade maior de estados ocupando certo volume do espaço de fase, contendo orbitas com certa homogeneidade. Devido ao grande número de dados usados para reconstruir o atrator, as órbitas parecem estar sobrepostas umas as outras. Possivelmente as duas caudas dos atratores podem estar relacionadas às entradas de temperaturas máximas e mínimas.

Mello (2013) identificou no atrator de temperatura no Pantanal Mato-Grossense uma estrutura com deslocamento de órbitas para patamares inferiores do espaço de estado que foram causados por entradas de frentes frias no sistema, sendo responsáveis, por dificultar previsões. Os atratores apresentaram características de estruturas dissipativas, quando analisados em períodos sazonais isolados, pois os mesmos apresentaram expansão e contração do elemento de volume no espaço de fase.

Os parâmetros necessários para a reconstrução do espaço de fase dos atratores, tempo de defasagem temporal τ (*Mutual Information*) e dimensão de imersão *m* (*FNN*), estão descritos na Tabela 4.

É possível observar que o *tempo de defasagem* (dados em dias para as séries de temperatura do ar e em meses para a série ONI) máximo foi 173 dias na seção 3 da janela 1 e o mínimo foi 66 dias da seção 2 da mesma janela. A dimensão de imersão variou de 4 a 8, em ambos os casos os resultados mostram-se independentes do tamanho da janela, sendo, portanto próprios da dinâmica intrínseca de cada série analisada. Nessa análise o parâmetro τ é definido como o primeiro mínimo da curva de informações e a dimensão de imersão *m*, definida a partir do valor que não apresenta falsos vizinhos. Quanto maior é o valor da dimensão de imersão mais complexo é o sistema, dificultando sua modelagem.

Tabela 4. Parâmetros para reconstrução do espaço de fase.

JANELA 1							
Seção	Período	τ	*M*	Seção	Período	τ	*m*
1	1961-1962	58	6	12	1983-1984	85	6
2	1963-1964	36	5	13	1985-1986	70	4
3	1965-1966	166	6	14	1987-1988	64	5
4	1967-1968	80	4	15	1998-1999	68	8
5	1969-1970	51	5	16	2000-2001	129	5
6	1971-1972	63	5	17	2002-2003	57	6
7	1973-1974	173	6	18	2004-2005	78	6
8	1975-1976	76	6	19	2006-2007	87	6
9	1977-1978	66	4	20	2008-2009	44	5
10	1979-1980	46	4	21	2010-2011	49	5
11	1981-1982	67	5	22	2012-2013	48	5

JANELA 2			
Seção	Período	τ	*m*
1	1961-1964	69	5
2	1965-1968	94	5
3	1969-1972	76	5
4	1973-1976	66	5
5	1977-1980	66	6
6	1981-1984	71	6
7	1985-1988	78	6
8	1998-2001	48	6
9	2002-2005	54	5
10	2006-2009	84	5
11	2010-2013	49	6

Os resultados aqui apresentados são coerentes, como os encontrados por Viola 2011, que analisando séries de temperatura diárias encontrou valores de tempo de defasagem entre 46 e 80. Para análise de dimensão de imersão *m* usando FNN os parâmetros encontrados foram de 14 a 39, bem acima dos valores aqui expostos na Tabela 4.

A Tabela 5 é uma síntese dos parâmetros de caracterização da dinâmica complexa, quando se considera as Janelas 1, Janela 2 e a série completa de 1961-2013 (mesmo com a grande falha de 1990-1997). Nela esta apresentada também a reconstrução da dinâmica dos dados de ONI, que apresenta um atrator estranho de baixa dimensionalidade, limitado a certo volume do espaço de fase, com uma dimensão de imersão *m* igual a 4. Também apresenta um expoente de Lyapunov positivo próximo de zero o que demonstra que as flutuações do El Niño são de baixa previsibilidade.

Ferreira 2010 esclarece que a existência de um expoente de Lyapunov positivo indica a ocorrência de caos em um sistema dinâmico ou numa série temporal experimental. Um dos principais problemas da análise de série temporais experimentais é o fato dos dados experimentais serem, em geral, de curto período de tempo (ou seja, o tamanho da série será sempre pequeno, comparado ao tempo infinito de um sistema dinâmico abstrato, descrito por uma função).

A reconstrução dos parâmetros das séries de 1961-1989, 1998-2013 e 1961-2013 apresentam também atratores estranhos, mas com dimensionalidade maior que os dados de ONI, sugerindo uma dinâmica mais complexa envolvendo mais graus de liberdade. O maior expoente de Lyapunov também foi mais alto nessas séries, a existência de um λ positivo implica em órbitas de pouco previsíveis a imprevisíveis, caracterizadas por flutuações irregulares (MELLO, 2013).

Tabela 5. Parâmetros da dinâmica não linear das séries completas de dados.

Período	τ	m	λ	D_2
1950-2013(ONI)	27	4	0,0141	3,0176*
1961-1989	64	4	0,2210	5,0052*
1998-2013	59	5	0,2200	3,3568*
1961-2013	71	8	0,2264	4,5957*

***dimensão não saturada**

Nas Figuras 14 e 15, são apresentados os gráficos de onde foram extraídas as informações relevantes para o processo de reconstrução da dinâmica das séries de ONI e do período de 1961-2013 da temperatura do ar. Na Figura 14.f é possível observar a topologia do atrator estranho do índice ONI, em que o mesmo tem no espaço de fases trajetórias aparentemente erráticas, que parecem se sobrepor mostrando flutuações na trajetória que caracterizam a complexidade e dificuldade de se obter um padrão para previsão do fenômeno. Na Figura 15.f a topologia do atrator estranho da temperatura do ar tem densidade maior de estados, devido ao número maior de dados, o que dificulta a visualização das trajetórias e das regiões visitadas do espaço de fase, sendo o seu interior totalmente preenchido pelas trajetórias, com algumas órbitas visitadas em patamares inferiores do espaço de fase.

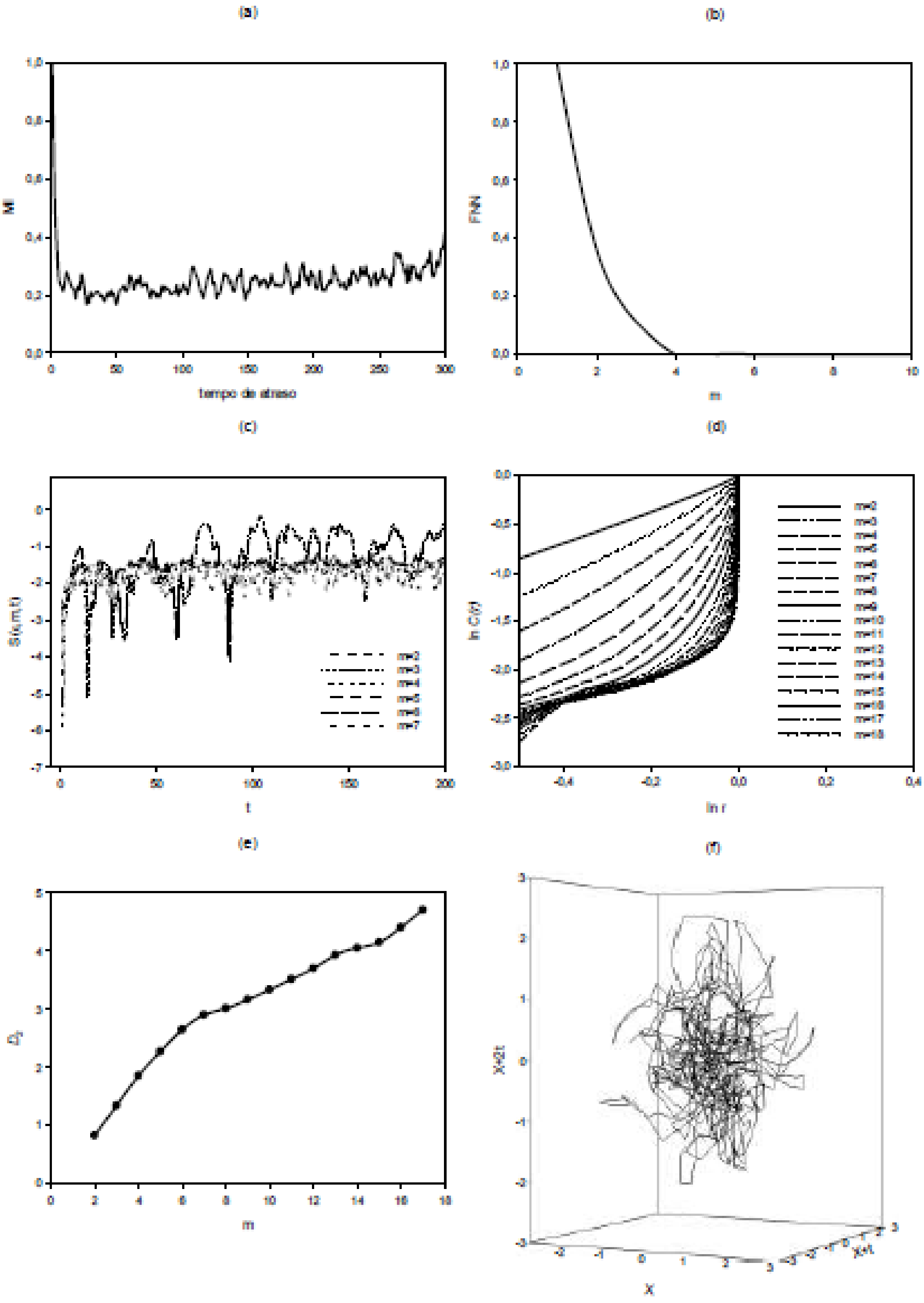


Figura 14. Parâmetros da dinâmica não linear da série ONI (1950-2013) (a) informação mútua; (b)FNN; (c) expoentes de Lyapunov; (d) lnC(r) vs lnr para valores crescentes de m; (e) saturação da dimensão de correlação versus dimensão de imersão m; (f) atrator reconstruído.

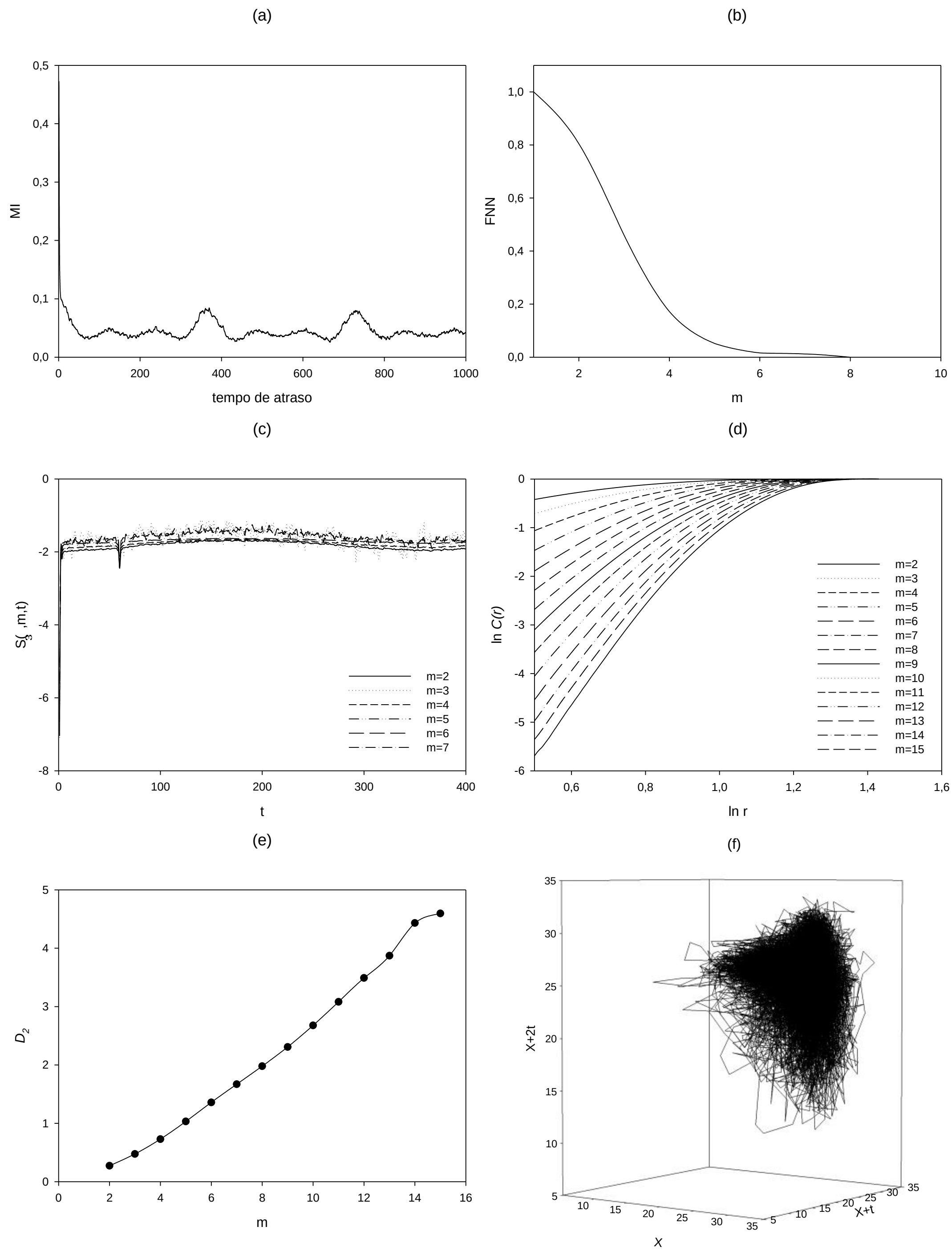


Figura 15. Parâmetros da dinâmica não linear da série de temperatura do ar de (1961-2013). (a) informação mútua; (b)FNN; (c) expoentes de Lyapunov; (d) lnC(r) vs lnr para valores crescentes de m; (e) saturação da dimensão de correlação versus dimensão de imersão m; (f) atrator reconstruído

4.2. Evolução dos Parâmetros Expoentes de Lyapunov e Dimensão de Correlação

Um sistema dinâmico que é reconstruído por métodos não lineares tem suas invariantes geométricas preservadas no espaço de fase reconstruído. Dessa maneira, a evolução no tempo de parâmetros como a dimensão de correlação do atrator e os expoentes de Lyapunov podem prover informações importantes sobre a dinâmica do sistema.

Na análise feita levando em consideração tais invariantes geométricas do sistema, calcularam-se os expoentes de Lyapunov e Dimensão de Correlação com os parâmetros da Tabela 4. A Tabela 6 apresenta os resultados obtidos nos cálculos para cada janela e suas respectivas seções.

Tabela 6. Evolução temporal dos parâmetros Expoentes de Lyapunov (λ) e Dimensão de correlação (D_2) da temperatura do ar.

JANELA 1							
Seção	Período	λ	D_2	Seção	Período	λ	D_2
1	1961-1962	0,1962	1,4127	12	1983-1984	0,2042	0,9554
2	1963-1964	0,1746	2,3460	13	1985-1986	0,1922	1,1503
3	1965-1966	0,1996	0,7705	14	1987-1988	0,1710	1,4644
4	1967-1968	0,1960	1,5887	15	1998-1999	0,1908	1,2828
5	1969-1970	0,1946	1,6218	16	2000-2001	0,1928	0,4731
6	1971-1972	0,1872	1,2296	17	2002-2003	0,1674	1,3483
7	1973-1974	0,1764	0,3392	18	2004-2005	0,1690	0,9575
8	1975-1976	0,1738	2,8755	19	2006-2007	0,1866	0,7199
9	1977-1978	0,1774	0,9395	20	2008-2009	0,1892	2,3394
10	1979-1980	0,1876	1,9299	21	2010-2011	0,2200	1,6852
11	1981-1982	0,1968	0,8126	22	2012-2013	0,1826	0,9499

JANELA 2			
Seção	Período	λ	D_2
1	1961-1964	0,2004	2,6364
2	1965-1968	0,2034	2,4108
3	1969-1972	0,1998	1,9398
4	1973-1976	0,1812	1,8651
5	1977-1980	0,1910	2,6049
6	1981-1984	0,2042	2,4907
7	1985-1988	0,1938	2,5324
8	1998-2001	0,1195	3,1940
9	2002-2005	0,1716	3,0103
10	2006-2009	0,1892	2,1227
11	2010-2013	0,2200	2,8473

Os expoentes de Lyapunov foram calculados até m=8, que é a máxima dimensão de imersão encontrada para as séries. Eles medem a divergência exponencial de órbitas inicialmente vizinhas e caracterizam a evolução dinâmica do sistema no tempo. Garantida a existência de sensibilidade às condições iniciais, é possível identificar em um sistema determinístico se seu comportamento é caótico. De acordo com os cálculos, os atratores associados às séries de dados apresentam resultados com expoentes de Lyapunov positivos, o que sugere presença de caos em suas dinâmicas.

Se levarmos em conta o fenômeno “Niño” que influência a variabilidade do sistema climático em escala global, seria possível verificar essa influência de forma local através das variações na evolução temporal de alguma invariante geométrica do sistema? A fim de investigar a influência do ONI sobre essas invariantes do sistema foram calculadas as médias desse índice para cada janela de estudo e suas respectivas seções. Quando fazemos este procedimento estamos trabalhando com um dado médio que representará as oscilações do ONI para uma janela e seção específica da série de dados, estabelecendo, portanto um regime oscilatório médio deste índice.

A Figura 16.a apresenta a relação da evolução temporal entre os maiores expoentes de Lyapunov e o ONI para a Janela 1, e em 16.b para a janela 2. Os dados foram padronizados para facilitar a visualização no gráfico. É possível observar uma inversão de fase entre os dados na análise da Janela 1, que não se verifica facilmente na janela 2.

Em algumas seções da evolução temporal da Janela 1 os expoentes de Lyapunov são maiores, o que caracteriza uma taxa divergência exponencial maior das órbitas do atrator associado a essas seções. Isso indica que os estados dessas órbitas podem mudar com mais facilidade, o que diminui a previsibilidade do sistema. Ao passo que isso acontece a resposta média do ONI a essa variação é inversa em algumas seções. As variações do ONI nesse caso não representam necessariamente a ocorrência de El Niño, já que existem critérios para isso (Tabela 7), mas fornece indícios de uma possível ação de regulação entre os estados dinâmicos do ONI e da temperatura.

O El Niño é um fenômeno natural que sempre ocorreu na Terra em intervalos médios de cinco anos, mas somente há pouco mais de 200 anos, começamos a observar essa anomalia climática. Trazendo essa discussão no âmbito das alterações climáticas globais, o último IPCC não admite relação aparente entre o fenômeno de oscilação Niño e mudanças climáticas, no presente estudo as variações do ONI aparentam ter uma influência na dinâmica dos padrões não lineares da série, quando se leva em consideração os expoentes de Lyapunov na Janela 1. Na janela 2 essa influência já não é tão marcante, possivelmente com o aumento do número de dados da série de temperatura (Janela 2) diminuem-se os pontos de comparação com o ONI, dessa maneira a comparação fica prejudicada, pois a oscilação média do ONI fica suavizada pela redução de dados.

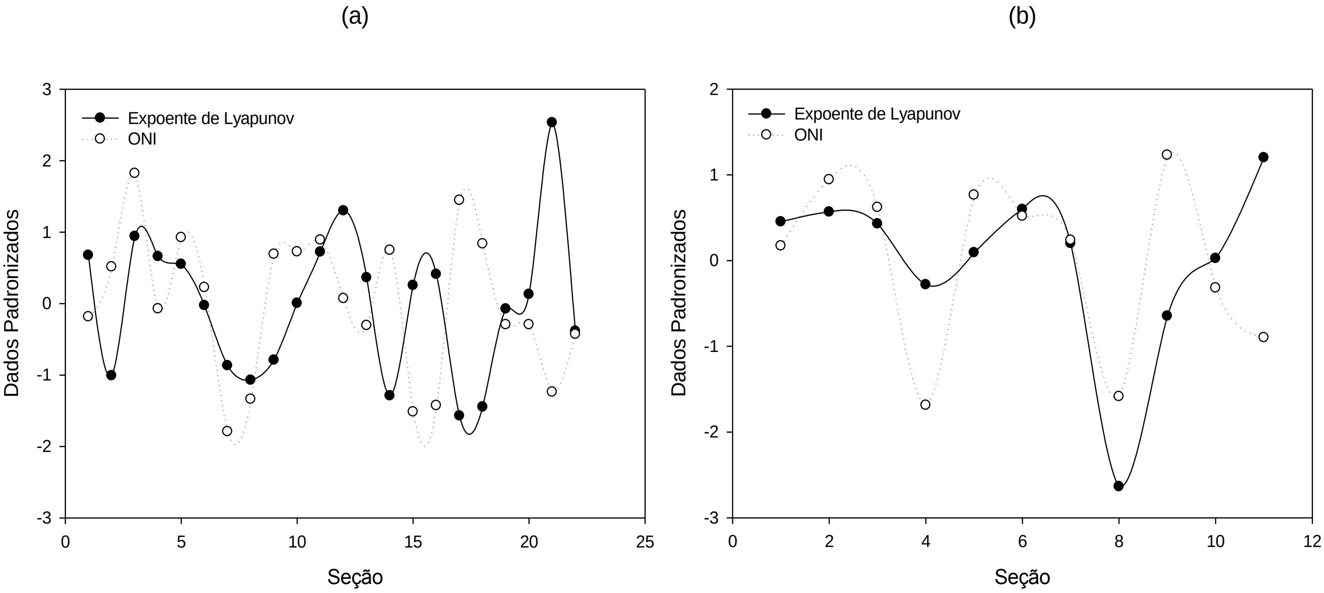


Figura 16. Relação da evolução temporal entre os Maiores Expoentes de Lyapunov e ONI em (a) Janela 1 e em (b) Janela 2.

Tabela 7. Critérios para classificar a intensidade do fenômeno El Niño Oscilação Sul usado no estudo. FONTE: Adaptado de Paula et al.,(2010).

Evento	Valor do ONI(1)	Intensidade
	0,5 a 0,9	Fraca
El Niño	1,0 a1,4	Moderada
	≥1,5	Forte
	-0,5	Fraca
La Niña	-1	Moderada
	≤-1,5	Forte

(1)ONI: Valores do *Oceanic Niño Index*. Fonte: NOAA/National Weather Service – Climate Predict Center (2013).

Talvez isso aconteça pela simplificação da dinâmica oscilatória do ONI em que, a influência nos expoentes de Lyapunov não pode ser percebida por simples inspeção da média do ONI.

A dimensão de correlação foi calculada para *m*=1 até *m*=20. Os maiores valores de dimensão de correlação encontrados foram de D_2=2,8755 na Janela 1 e D_2=3,19 na Janela 2, e os menores em D_2=0,4735 na Janela 1 e D_2=1,8651 na Janela 2. A dimensão de correlação fornece a medida da dispersão (ou densidade) de pontos do atrator no espaço de estados, é uma medida de quantificação geométrica do atrator (MELLO, 2010).

A Figura 17.a apresenta a relação da evolução temporal entre a dimensão de correlação e o ONI para a Janela 1, e em 17.b para a Janela 2. Os dados, assim como na Figura 15, foram padronizados para facilitar a visualização no gráfico. Em algumas seções da evolução temporal da Janela 1 (Figura 17.a) existem valores maiores de dimensão de correlação, o que mostra que o atrator associado a essas séries exibem maior complexidade. Ao passo que isso acontece a resposta média do ONI a essa variação é inversa em algumas seções, assim como para os expoentes de Lyapunov. Os indícios de uma possível ação de regulação entre os estados dinâmicos do ONI e da temperatura também podem ser verificados nessa análise da Janela 1. Assim como para os expoentes de Lyapunov, para a Janela 2 a comparação fica prejudicada quando a oscilação média do ONI fica suavizada pela redução de dados.

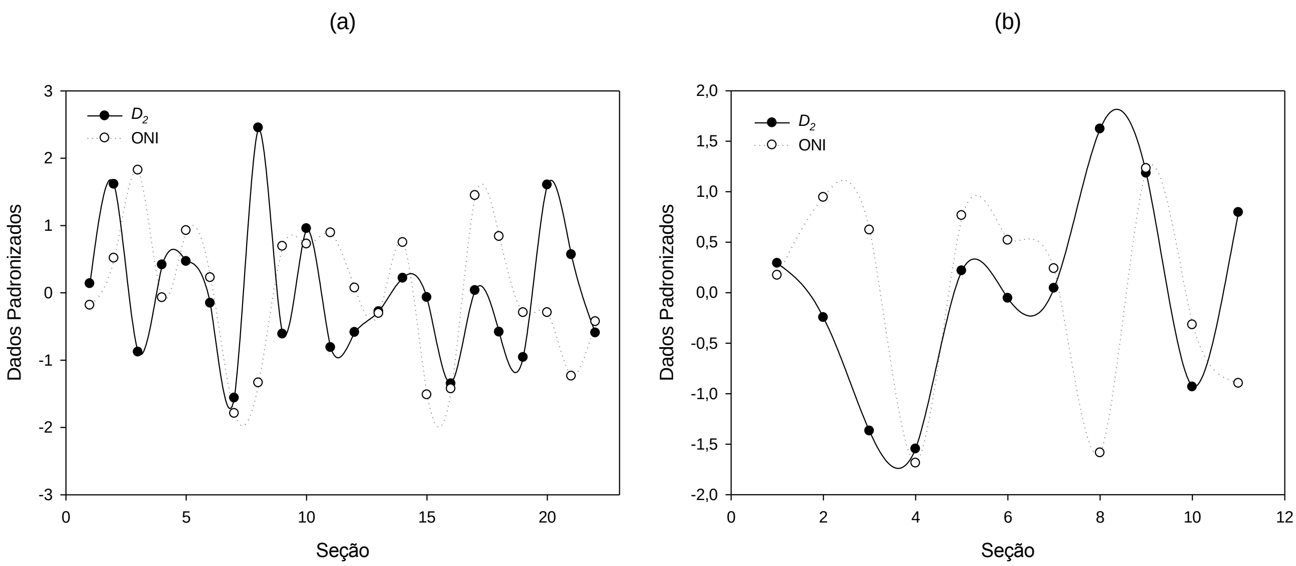


Figura 17. Relação da evolução temporal entre a Dimensão de Correlação e ONI em (a) Janela 1 e em (b) Janela 2.

Na Figura 18 a seguir, apresenta-se a evolução temporal dos parâmetros estudados com análise da série temporal subdividida em seções que efetivamente ocorreu o EL Niño.

Tabela 8. Evolução temporal dos parâmetros Expoentes de Lyapunov e Dimensão de correlação, nos anos de evento El Niño.

Seção	Período	Intensidade	τ	m	λ	D_2
1	1961-1962	Nulo	41	7	0,1962	1,4127
2	1963	Forte	25	8	0,1598	0,4625
3	1965-1966	Forte	44	7	0,1996	0,7705
4	1968-1970	Moderada	76	7	0,1946	0,8000
5	1972-1973	Forte	48	7	0,1878	2,5098
6	1976-1977	Fraca	76	6	0,1818	0,1489
7	1977-1978	Fraca	64	6	0,1774	0,9395
8	1979-1981	Nulo	46	6	0,1876	3,0028
9	1982-1983	Forte	72	7	0,1646	1,6993
10	1986-1988	Moderada	63	8	0,1710	2,4229
11	1998	Forte	58	6	0,1512	1,2646
12	2002-2003	Moderada	55	5	0,1674	1,3483
13	2004-2005	Fraca	76	8	0,1690	0,9575
14	2006-2007	Fraca	85	6	0,1866	0,7199
14	2009-2010	Moderada	46	8	0,2200	2,0478
15	2013	Nulo	11	5	0,1104	0,3519

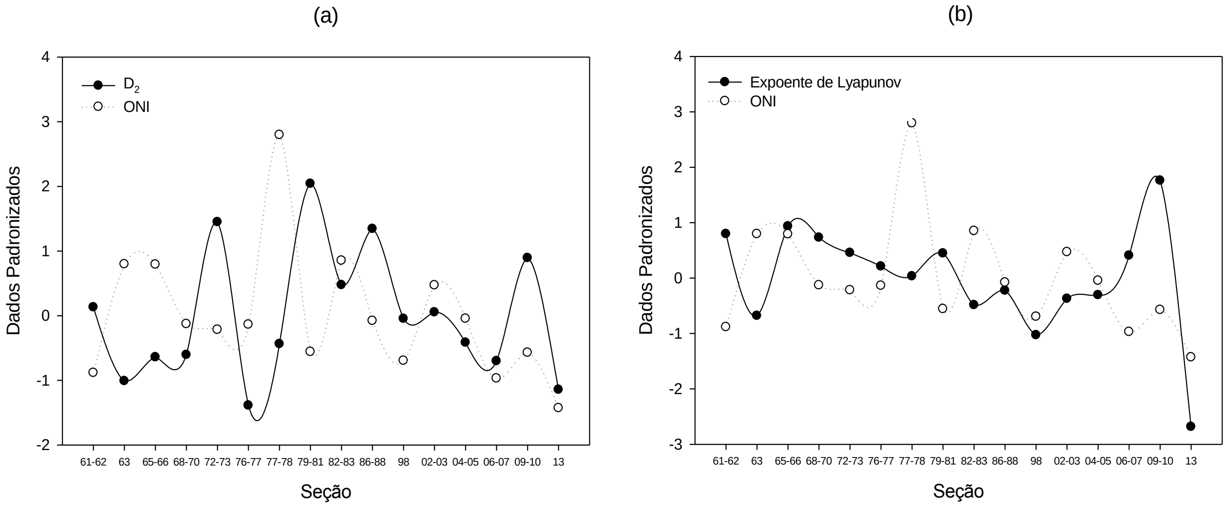


Figura 18. Relação da evolução temporal entre a Dimensão de Correlação e ONI em (a) e em (b) entre Expoentes de Lyapunov e ONI.

Os expoentes de Lyapunov foram calculados até *m*=8, que é a máxima dimensão de imersão encontrada para as séries. Com maiores expoentes de Lyapunov positivos indicando presença de caos na dinâmica das séries. A dimensão de correlação foi calculada para *m*=1 até *m*=20, o maior valor de dimensão de correlação encontrado foi de D_2=3,0028, e o menor de D_2=0,1489. Quando se leva em consideração os anos em que efetivamente ocorreu o El Niño, a relação inversa é evidente principalmente no início da série (tanto para a dimensão de correlação quanto para os expoentes de Lyapunov), o que sugere a influência do El Niño na dinâmica de oscilação dos padrões não lineares da série. Há uma mudança na complexidade das séries com a ocorrência do El Niño, com isso pode-se dizer que na ocorrência do fenômeno a série se torna menos complexa podendo facilitar sua previsão.

4.3. Evolução no tempo da Entropia Amostral (*SampEn*)

Para estudar a complexidade climática da temperatura do ar e os possíveis padrões na evolução temporal desta medida, utilizou-se as duas janelas estabelecidas nas análises anteriores. Para o cálculo, os parâmetros de dimensão de imersão *m* variaram de 2 a 7 e o filtro r variou de 15% a 25% do desvio padrão de cada série analisada. Os valores médios das *SampEn* calculadas com r=0,15 a r=0,25 para as séries são tomados como valores médios para as seções.

Ao calcular *SampEn* de dados aleatórios os valores máximos de *SampEn* se aproximam de 3 para uma série aleatória e valores mínimos de *SampEn* tendem a aproximar de 0 para uma série regular (SHUANGCHENG, et al., 2006).

As Figura 19 e 20 mostram as curvas de *SampEn* em função das variações do filtro r e dimensão de imersão *m*. Pode-se observar que para as duas janelas as séries têm as mesmas tendências, ou seja, uma diminuição gradual na *SampEn* com o aumento do filtro r. Para uma série que exiba uma complexidade moderada em sua dinâmica este é um resultado esperado, no entanto o aumento do filtro não indica que o valor de entropia possa chegar a zero. O filtro neste caso serve como referência para a estimativa do valor da SampEn.

Em um sistema complexo, o parâmetro r é equivalente à previsão precisa, e um maior r corresponde a uma previsão com inferior precisão. O resultado sugere que, se o valor limite de precisão da previsão é reduzido, a previsibilidade dos sistemas climáticos aumentará. (SHUANGCHENG et al., 2006).

Analisando os padrões em relação à variação da dimensão de imersão *m*, é possível observar que tanto para Janela 1 quanto para Janela 2 às flutuações entre os filtros são maiores à medida que há um acréscimo da dimensão de imersão, com *m*=2 até *m*= 5 apresentando menores flutuações. Também é possível verificar que com o aumento de *m* há uma tendência de decréscimo dos valores de entropia das séries.

A Tabela 9 apresenta os valores médios e desvio-padrão da *SampEn* para cada seção e janela. Os valores da entropia de todas as seções no estudo têm máximos e mínimos, respectivamente iguais a 1,85±0,57 (m=6) e 0,21±0,11 (*m*=7). Shuangcheng et al., (2006) encontraram um intervalo de 2,069-2,917 para séries de temperaturas em províncias chinesas. Os resultados aqui obtidos indicam que a série de temperatura mostra significativa complexidade ou irregularidade.

As janelas também são um processo de aumento de escala, ou seja, na ausência de maiores séries de dados a estimativa da complexidade se torna imprecisa, os valores *SampEn* geralmente diminuem com o aumento dos pontos de dados das séries, a consequência disso é um aumento da previsibilidade dos sistemas climáticos devido à remoção de flutuações estocásticas em menores escalas.

Segundo Pincus (1994), uma maior regularidade de sinal pode indicar um aumento do isolamento do sistema. Se a hipótese for verdadeira, *SampEn* poderia ser uma medida que indicaria um acoplamento entre subsistemas ou sistema e de fatores ambientais externos.

Ao cruzar a evolução temporal da *SampEn* com os dados do ONI, como mostram as Figuras 21 e 22, fica evidente a influência do El Niño no padrão temporal da *SampEn* da temperatura do ar, que aumenta na ausência do fenômeno climático do El Niño e diminui na presença do mesmo. Na Figura 21 temos a evolução temporal da *SampEn* para r= 0,2 nas Janelas 1 e 2, em que já é possível identificar um padrão temporal de oscilação da *SampEn* inverso ao ONI. Na Figura 22 temos um valor médio de *SampEn* para um r variando de 0,15 a 0,25. Para cada seção das janelas utilizadas, observa-se que as flutuações dos valores são menores quando se leva em consideração o valor médio dos filtros de cada seção, o que facilita o reconhecimento do padrão de evolução temporal da variável.

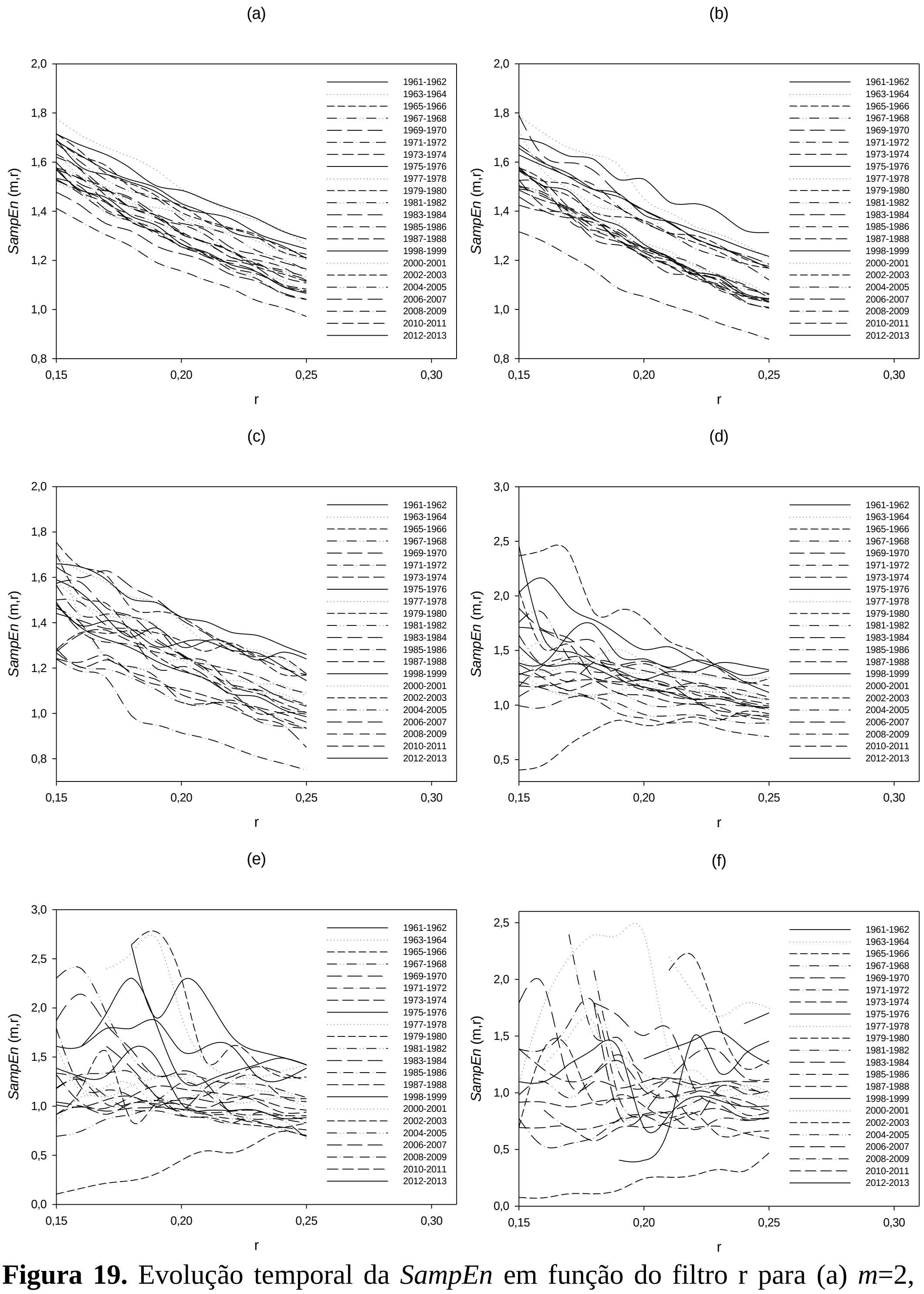


Figura 19. Evolução temporal da *SampEn* em função do filtro r para (a) *m*=2, (b) *m*=3, (c) *m*=4, (d) *m*=5, (e) *m*=6 e (f) *m*=7 na Janela1.

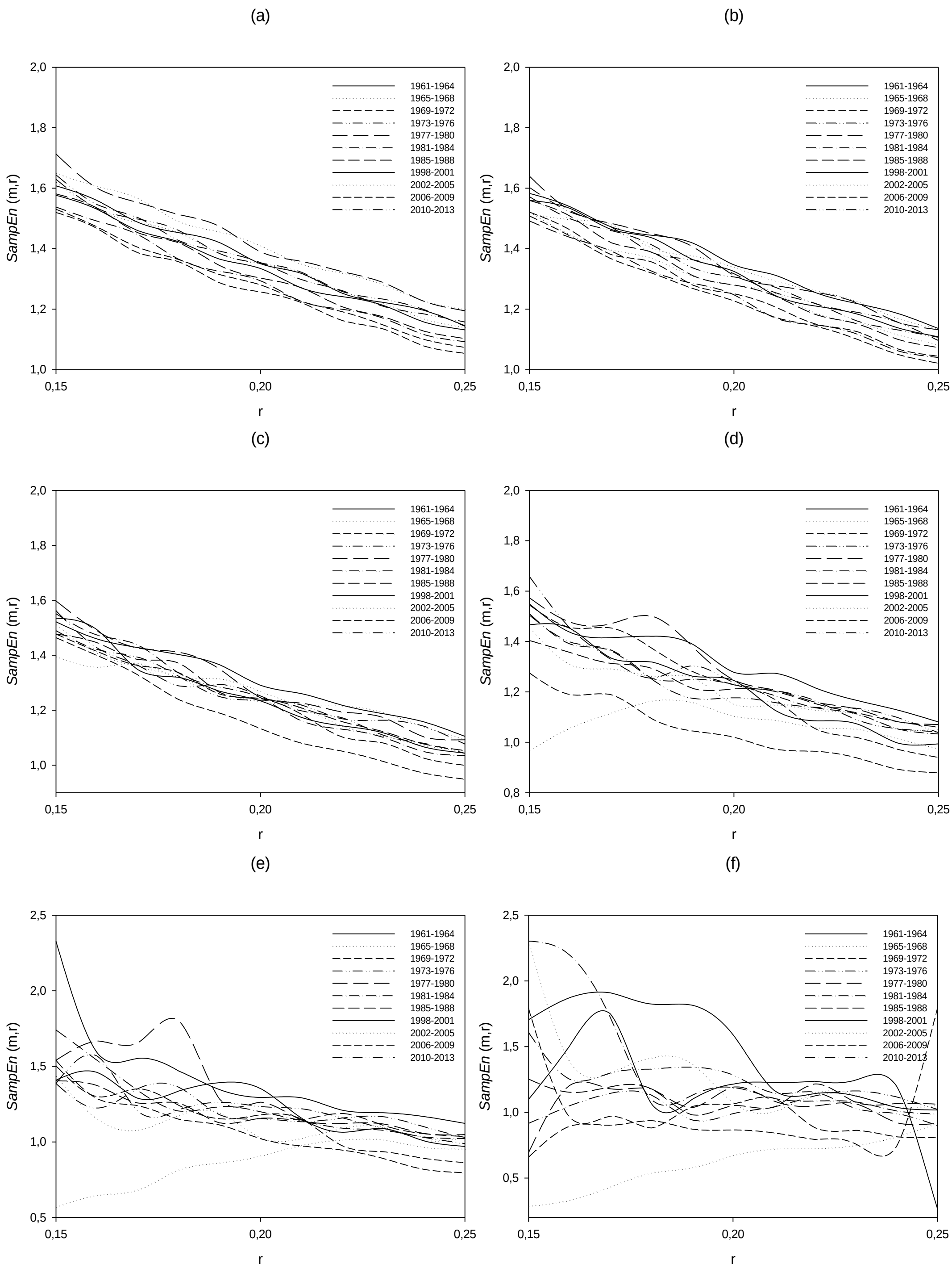


Figura 20. Evolução temporal da *SampEn* em função do filtro r para (a) *m*=2, (b) *m*=3, (c) *m*=4, (d) *m*=5, (e) *m*=6 e (f) *m*=7 na Janela 2.

Tabela 9. *SampEn** da série de temperatura do ar.

JANELA 1							
		m					
Seção	Período	2	3	4	5	6	7
1	1961-1962	1,29±0,15	1,28±0,17	1,20±0,14	1,20±0,17	1,15±0,24	1,03±0,22
2	1963-1964	1,38±0,12	1,38±0,15	1,24±0,17	1,13±0,06	1,14±0,12	1,62±0,58
3	1965-1966	1,42±0,15	1,34±0,12	1,41±0,18	1,77±0,43	1,85±0,57	1,67±0,40
4	1967-1968	1,3±0,14	1,24±0,15	1,08±0,10	1,05±0,07	0,99±0,16	1,28±0,44
5	1969-1970	1,23±0,13	1,25±0,12	1,19±0,16	1,27±0,30	1,32±0,45	1,25±0,39
6	1971-1972	1,26±0,15	1,25±0,17	1,22±0,14	1,26±0,19	1,12±0,24	0,75±0,05
7	1973-1974	1,28±0,14	1,21±0,13	1,10±0,10	1,09±0,14	0,97±0,07	0,72±0,07
8	1975-1976	1,43±0,13	1,41±0,13	1,45±0,13	1,47±0,32	1,58±0,32	1,38±0,09
9	1977-1978	1,51±0,16	1,48±0,18	1,41±0,16	1,37±0,10	1,82±0,55	1,85±0,18
10	1979-1980	1,33±0,16	1,26±0,17	1,20±0,22	1,24±0,33	0,96±0,21	0,88±0,25
11	1981-1982	1,32±0,14	1,25±0,15	1,25±0,15	1,33±0,24	1,52±0,44	1,19±0,33
12	1983-1984	1,28±0,14	1,25±0,15	1,29±0,18	1,22±0,12	1,03±0,05	1,23±0,30
13	1985-1986	1,35±0,15	1,37±0,17	1,29±0,14	1,22±0,12	1,19±0,11	1,11±0,34
14	1987-1988	1,32±0,15	1,25±0,14	1,21±0,12	1,15±0,07	0,99±0,05	1,05±0,16
15	1998-1999	1,43±0,14	1,40±0,15	1,31±0,08	1,60±0,31	1,88±0,39	0,99±0,44
16	2000-2001	1,27±0,14	1,28±0,14	1,28±0,17	1,25±0,12	1,14±0,16	1,08±0,26
17	2002-2003	1,43±0,15	1,37±0,12	1,29±0,05	0,76±0,17	0,42±0,21	0,21±0,11
18	2004-2005	1,39±0,15	1,26±0,14	1,14±0,16	0,97±0,11	0,85±0,10	1,05±0,13
19	2006-2007	1,35±0,13	1,43±0,18	1,41±0,17	1,42±0,20	1,28±0,17	1,03±0,30
20	2008-2009	1,17±0,13	1,07±0,14	0,95±0,16	0,89±0,11	0,96±0,16	0,66±0,08
21	2010-2011	1,28±0,15	1,23±0,15	1,09±0,12	1,13±0,11	1,09±0,10	1,07±0,15
22	2012-2013	1,49±0,13	1,50±0,12	1,35±0,11	1,42±0,13	1,58±0,18	1,65±0,04
JANELA 2							
		m					
Seção	Período	2	3	4	5	6	7
1	1961-1964	1,33±0,14	1,32±0,15	1,24±0,15	1,21±0,03	1,22±0,16	1,47±0,35
2	1965-1968	1,35±0,14	1,28±0,13	1,24±0,13	1,20±0,16	1,11±0,11	1,29±0,34
3	1969-1972	1,26±0,14	1,25±0,15	1,22±0,15	1,22±0,11	1,14±0,19	1,01±0,26
4	1973-1976	1,36±0,14	1,31±0,14	1,26±0,12	1,22±0,20	1,20±0,11	1,05±0,08
5	1977-1980	1,42±0,15	1,35±0,15	1,30±0,15	1,29±0,13	1,33±0,26	1,04±0,14
6	1981-1984	1,29±0,14	1,24±0,14	1,25±0,16	1,22±0,14	1,23±0,21	1,35±0,46
7	1985-1988	1,31±0,15	1,29±0,15	1,25±0,14	1,21±0,10	1,19±0,11	1,11±0,08
8	1998-2001	1,36±0,14	1,35±0,14	1,30±0,12	1,30±0,14	1,41±0,32	1,17±0,34
9	2002-2005	1,41±0,14	1,33±0,12	1,26±0,09	1,06±0,06	0,85±0,14	0,61±0,19
10	2006-2009	1,28±0,14	1,23±0,15	1,16±0,16	1,04±0,12	1,07±0,21	0,91±0,28
11	2010-2013	1,36±0,15	1,32±0,15	1,25±0,14	1,25±0,17	1,21±0,15	1,21±0,18

***Média de r=0,15 a 0,25.**

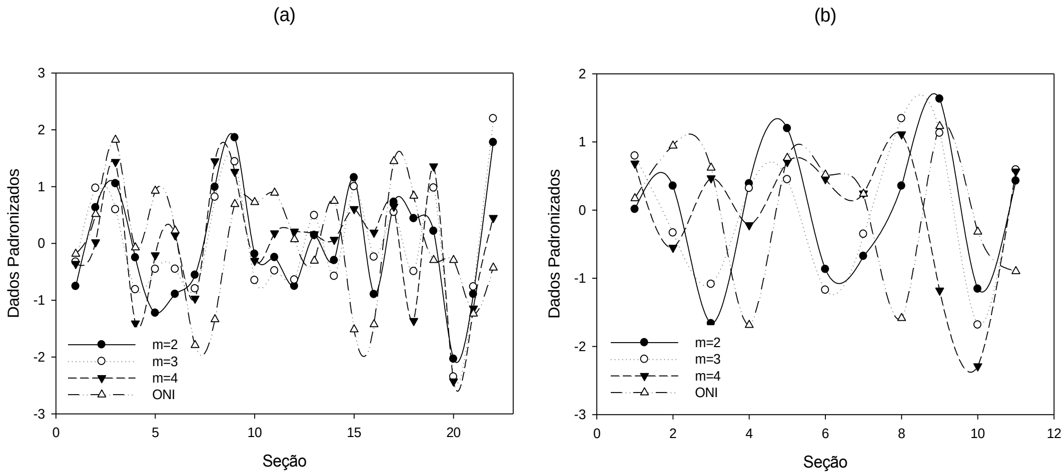


Figura 21. Relação da evolução temporal entre a *SampEn* e ONI para filtro =0,2. Em (a) Janela 1 e em (b) Janela 2.

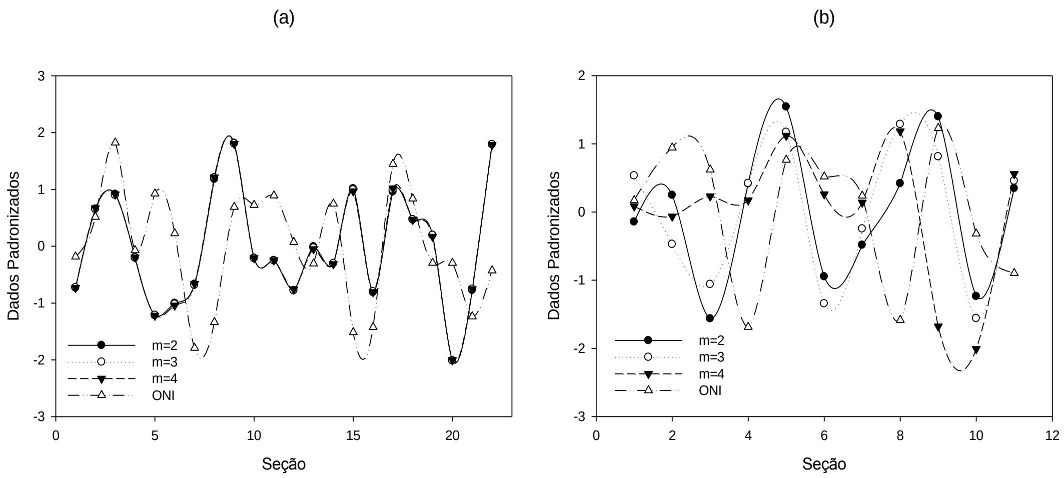


Figura 22. Relação da evolução temporal entre a *SampEn* e ONI para filtro r médio de 0,15 a 0,25. Em (a) Janela 1 e em (b) Janela 2.

A entropia das séries de temperatura do ar apresentou um padrão de correlação com a evolução do El Niño. Ao observamos a Tabela 10 e o gráfico da Figura 23, vemos que o fenômeno teve fraca intensidade em 1976-1977, e em 1977-1978, registrou-se um período de crescimento da entropia. O período de fraca intensidade entre 2004 e 2007 não apresenta a mesma tendência. Silva et al., (2012) já encontraram esse mesmo padrão com dados de temperatura em Piracicaba-SP.

Já os períodos de registros de uma intensidade moderada e forte do fenômeno, foram vistos na série entrópica pontos de mínimo e de inflexão, onde a série passou a decrescer 1963 a 1966, 1972-1973, 1982-1983 e 1998. Podemos então observar que a complexidade da variação da temperatura do ar pode ser influenciada pelas oscilações ONI.

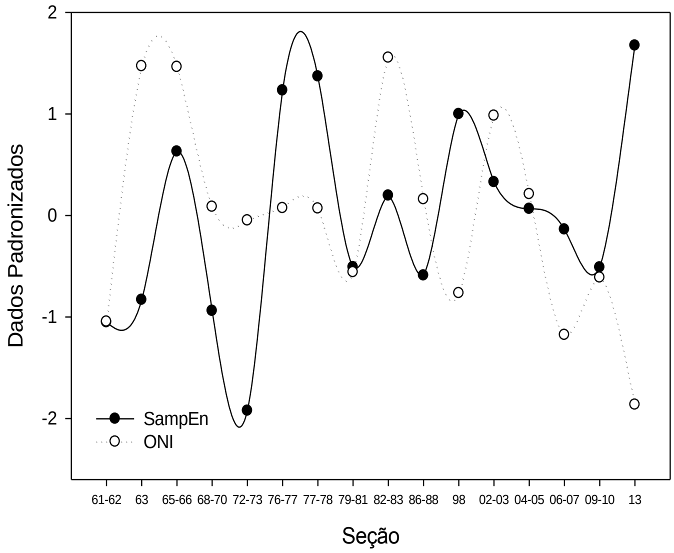


Figura 23. Relação da evolução temporal entre a *SampEn* e ONI em eventos El Niño.

Tabela 10. Evolução temporal da *SampEn*, nos anos de evento El Niño.

Seção	Período	Intensidade	*SampEn*
1	1961-1962	Nulo	1,2649
1	1963	Forte	1,2856
2	1965-1966	Forte	1,4228
3	1968-1970	Moderada	1,2755
4	1972-1973	Forte	1,1830
5	1976-1977	Fraca	1,4794
6	1977-1978	Fraca	1,4924
7	1979-1981	Nulo	1,3158
8	1982-1983	Forte	1,3821
9	1986-1988	Moderada	1,3082
10	1998	Forte	1,4575
11	2002-2003	Moderada	1,3946
12	2004-2005	Fraca	1,3698
13	2006-2007	Fraca	1,3507
14	2009-2010	Moderada	1,3156
15	2013	Nulo	1,5210

***m=3 e r=0,2.**

A Figura 24 apresenta as curvas de *SampEn* em função das variações do filtro r e dimensão de imersão *m*. Pode-se observar que as séries mantêm a tendência de diminuição gradual na *SampEn* com o aumento do filtro r e de maiores flutuações com o acréscimo de *m*. Na Tabela 11, temos os valores de entropia quando se leva em consideração as séries de temperatura sem divisão por seções. Os valores estão entre 1,06±0,15 (m=4) e 2,43±0,85 (m=5) que também apontam para uma complexidade moderada, de acordo com os parâmetros estabelecidos por Shuangcheng et al., 2006.

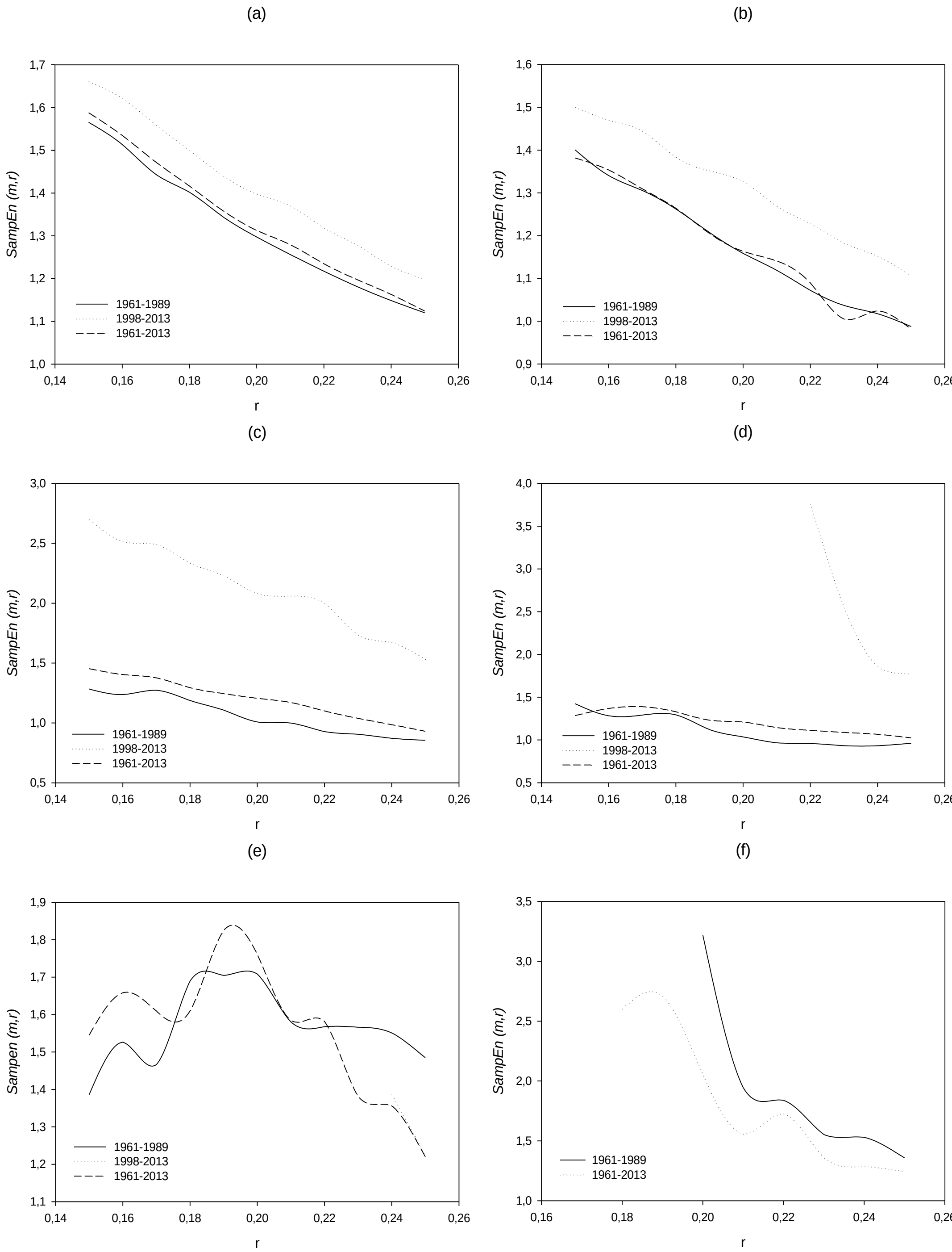


Figura 24. Evolução temporal da *SampEn* em função do filtro r para (a) m=2, (b) m=3, (c) m=4, (d) m=5, (e) m=6 e (f) m=7.

Tabela 11. *SampEn* das séries de temperatura do ar das séries sem janelamento.

	m					
Período	2	3	4	5	6	7
1961-1989	1,32±0,14	1,17±0,13	1,06±0,15	1,11±0,17	1,57±0,09	1,91±0,61
1998-2013	1,49±0,20	1,32±0,11	2,08±0,43	2,43±0,85	1,58±0,19	1,22±0,00
1961-2013	1,33±0,14	1,17±0,13	1,20±0,16	1,20±0,12	1,56±0,16	1,82±0,54

***Média de r=0,15 a 0,25.**

4.4 *Cross-SampEn*

A Tabela 12 apresenta os resultados da *Cross-SampEn* entre as séries temporais simultâneas de temperatura do ar e do ONI nos períodos ente 1961 a 2013.

Para emparelhar as séries é necessário reduzir o número de ponto de dados, pois os dados do índice ONI são mensais, enquanto que os de temperatura do ar são diários. Esse procedimento diminui o tempo de cálculo, mas prejudica a estimativa dos valores de entropia.

Observou-se que as alterações dos valores de entropia das séries temperatura do ar com as das séries cruzadas com o ONI, apesar de sutis, conduzem a uma dinâmica de evolução, que indica um aumento da complexidade (maiores valores de *Cross-SampEn*) na janela 1998-2013, significando também uma menor sincronização entre os dados. Nesse período as ocorrências do El Niño não foram tão marcantes quanto no período da janela anterior 1961-1989 em que é possível observar que os valores da *Cross-SampEn* são menores, que indicam um aumento na sincronização dos dados. Os resultados indicam que a dinâmica de evolução no tempo dos valores de entropia das séries de temperatura do ar tem relação com ocorrência de eventos El Niño.

Tabela 12. *Cross-SampEn* das séries de temperatura do ar e ONI das séries sem janelamento.

	M					
Período	2	3	4	5	6	7
1961-1989	1,23±0,14	1,09±0,13	1,07±0,13	0,98±0,11	1,07±0,17	1,02±0,20
1998-2013	1,49±0,11	1,37±0,05	2,35±0,16	#	#	#
1961-2013	1,43±0,14	1,27±0,11	1,32±0,15	1,33±0,13	1,49±0,10	1,90±0,15

***Média de r=0,15 a 0,25. #Não retorna valor.**

4.5. Análise em Multiescalas de Entropia

A ideia básica das análises em multiescalas é usar as flutuações das medidas de entropias, calculadas com diferentes vetores originados da mesma série, para medir como a complexidade migra de uma escala para outra. Quando as medidas de entropia aumentam à medida que há um aumento dos fatores de escala, as séries temporais tem auto-similaridade, tornando-se cada vez mais complexas.

As duas técnicas para analisar as variações em diferentes escalas (MSE e a CMSE) foram utilizadas para que uma complemente a outra, pois o volume de dados pode diminuir consideravelmente à medida que se aumentam as escalas, e a CMSE neste caso torna-se mais apropriada, pela sua maior robustez a esse possível impacto.

As Figuras 25 e 26 apresentam as análises em multiescalas para a temperatura do ar e do índice ONI, respectivamente. Na MSE para a temperatura do ar (Figura 24) é possível observar que a complexidade aumenta em escalas de até 6 dias para os períodos de 1961-1989 e 1961-2013. Na CMSE é possível verificar um aumento dos valores de entropia em escalas de até 5 dias para os mesmos períodos. No período de 1998-2013 há muitas flutuações entre as escalas, devido ao baixo volume de dados na MSE, mas é possível observar que a CMSE do mesmo período apresenta um aumento até a escala de 11 dias, decrescendo a partir deste ponto. Estes resultados significam que a alteração da dinâmica da temperatura do ar pode ser afetada por componentes do sistema climático que o integram e operam nestas escalas. Os resultados também podem ser entendidos como um limite, pois a partir deste ponto, com a perda de auto-similaridade a série vai perdendo informação da dinâmica que a tem gerado, isso pode ser usado como parâmetros em modelos de previsão, como um tempo confiável para tal fim.

Na análise MSE do índice ONI para o período de 1961-1989 (Figura 26) o algoritmo não retorna valores de complexidade, possivelmente por não encontrar sequencias similares com os parâmetros envolvidos, mas devido a robustez da CMSE é possível observar que a mesma retorna valores onde a MSE não pôde ser calculada. Na MSE e CMSE a complexidade aumenta em escalas de até 8 meses para os períodos de 1961-1989 e 1961-2013. No período de 1998-2013, mesmo a CMSE não pôde calcular a entropia em multiescalas, devido ao baixo volume de dados, eram apenas 9 dados no fator de escala 20, por exemplo.

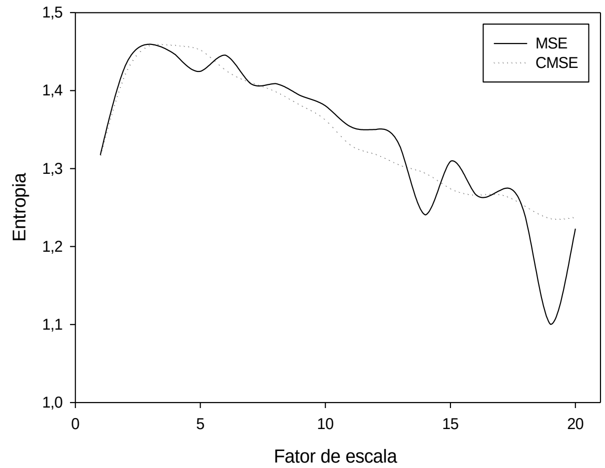
A Figura 27 apresenta a *Cross-MSE e Cross-CMSE* dos dados sincronizados de temperatura do ar e do índice ONI. O objetivo aqui é verificar se a dinâmica da temperatura do ar em múltiplas escalas pode ser afetada pelas variações do índice ONI.

Na análise da *Cross-MSE* e *Cross-CMSE* do período de 1961-1989 é possível observar que a complexidade aumenta em escalas de até 5 meses para os períodos de 1961-1989 e 1961-2013. No período de 1998-2013, a *Cross-CMSE* aumenta até a escala de 6 meses, decrescendo a partir deste ponto. A *Cross-MSE* para o mesmo período não calculou a entropia em multiescalas, com a mesma eficiência, como pode ser observado na Figura 27.c.

As medidas de entropia dos três períodos e para as duas variáveis são semelhantes em vários fatores de escala. O limite em que as escalas apresentam auto-similaridade são muito próximos, o que sugere um acoplamento entre as variáveis que podem se influenciar mutuamente.

A *Cross-CMSE* é uma generalização que tem o mesmo intuito da CMSE, que é dar maior robustez a análise para que a mesma seja eficiente, quando o volume de dados for pequeno. Ambos os métodos fornecem informações sobre o comportamento dinâmico nas diferentes escalas temporais podendo contribuir para investigação de fenômenos que operam em múltiplas escalas.

(a)



(b)

(c)

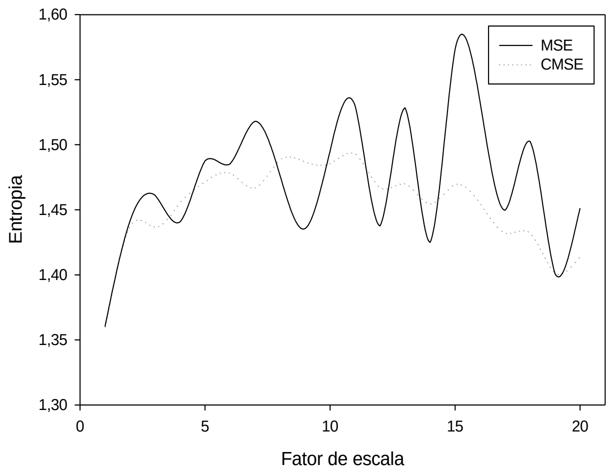
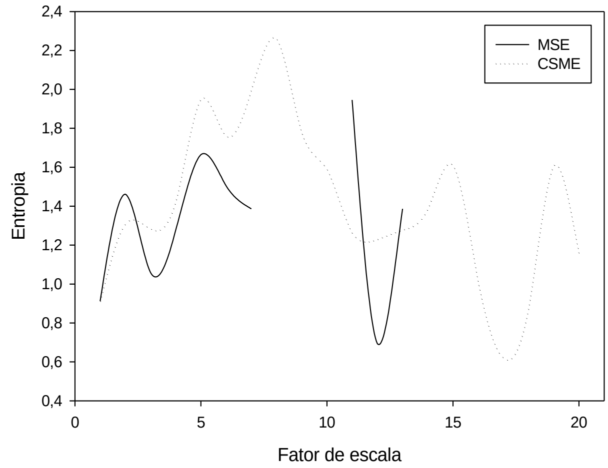
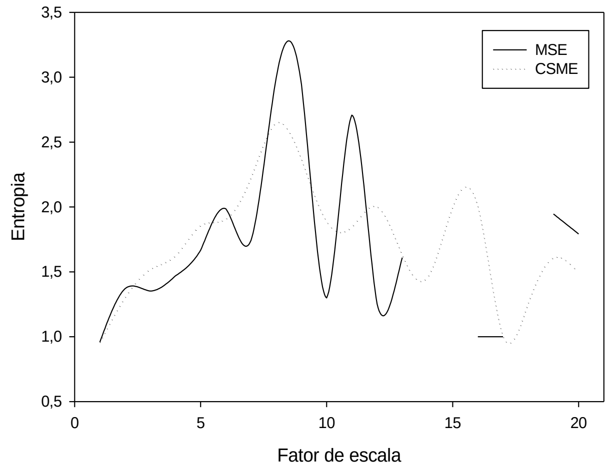


Figura 25. Curvas de MSE e CMSE para os dados de temperatura do ar. Em (a) 1961-1989 , (b)1961-2013 e (c)1998-2013.

(a)



(b)



(c)

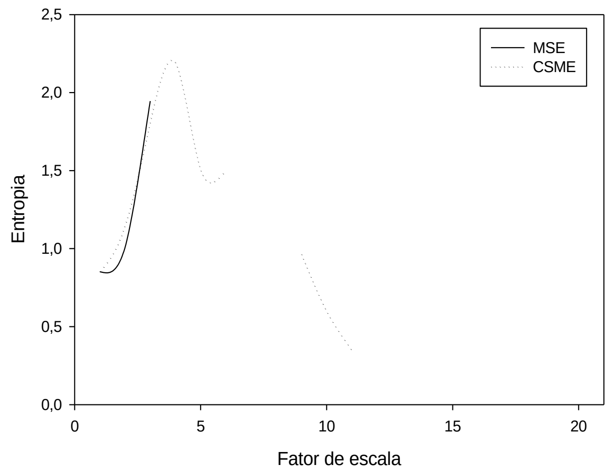
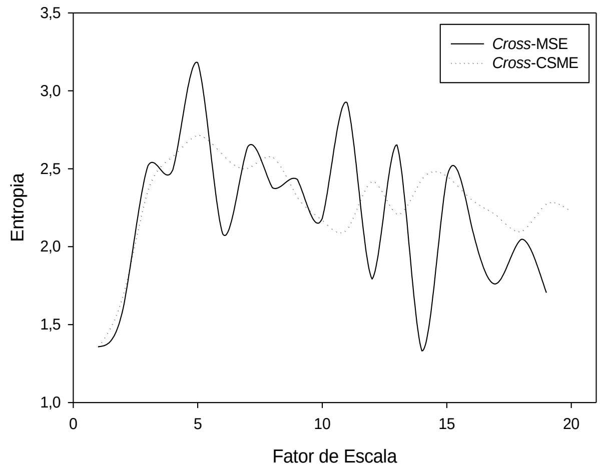
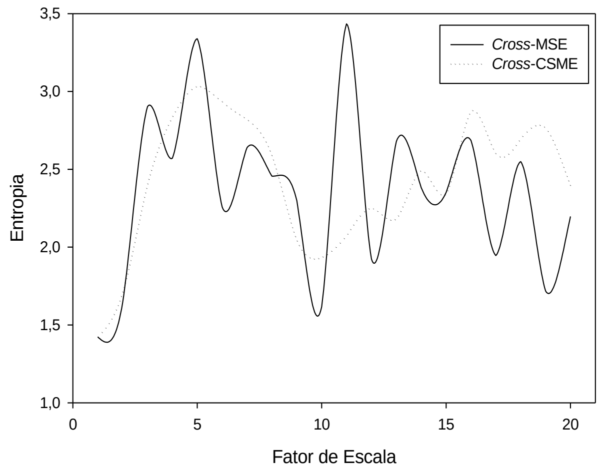


Figura 26. Curvas de MSE e CMSE para os dados do coeficiente ONI. Em (a) 1961-1989 , (b)1961-2013 e (c) 1998-2013.

(a)



(b)



(c)

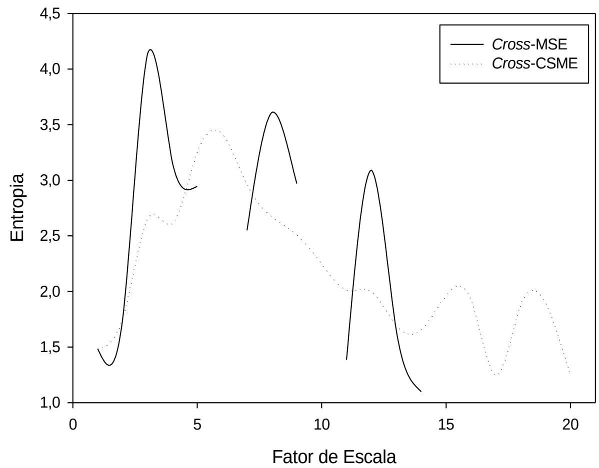


Figura 27. Curvas de *Cross-MSE* e *Cross-CMSE* para os dados do coeficiente ONI. Em (a) 1961-1989 , (b)1961-2013 e (c)1998-2013.

4.6. SSA – Análise de Espectro Singular

Para análise do espectro singular da série de temperatura, o tamanho da janela *L* foi fixado em 264, conforme sugerido por Hassani (2007) e Destro (2010) que indicam um *L* divisível 12 e próximo da metade da série em estudo. Realizou-se um estudo com as médias mensais da série de temperatura do ar, a fim de identificar as principais componentes e posteriormente reconstruí-la com os principais movimentos de sua dinâmica.

Hassani (2007) caracteriza as componentes da série como periódica se a mesma contém um par de autovetores de mesmo período e valores singulares próximos, enquanto que a componente de tendência é identificada por um autovetor isolado. Quando uma sequência de autovetores tiver valores singulares próximos e decrescentes, a componente é identificada como de ruído. A Figura 28 apresenta o gráfico de valores singulares em função dos autovetores resultante da decomposição das séries originais da temperatura do ar em Cuiabá do período de 1961-2013.

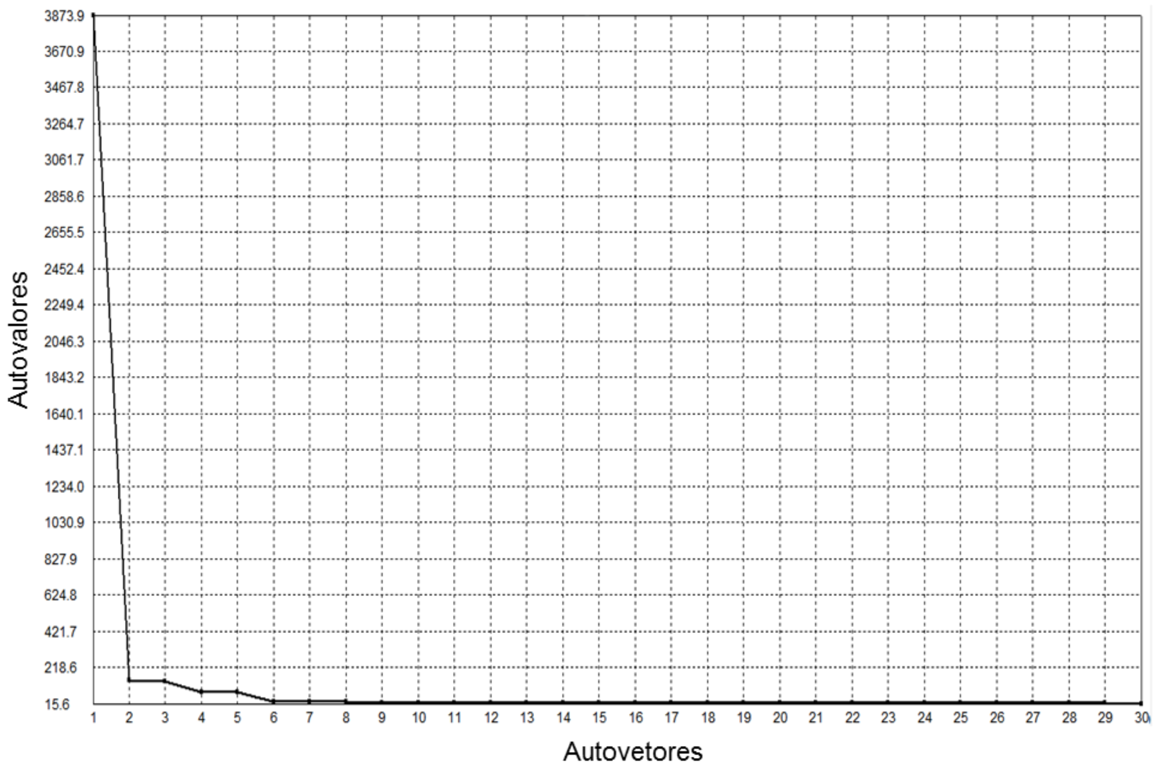


Figura 28. Valores Singulares da série de temperatura do ar de Cuiabá-MT.

Na Figura 28, os autovetores 1 e 6 representam a tendência principal da série. Os autovetores 2-3, 4-5 e 7-8 formam um platô no gráfico representando componentes sazonais ou ciclos da série. Após o autovetor 8, os valores singulares diminuem suave e constantemente, não sendo usados na etapa de reconstrução da série por apresentarem comportamento de ruídos no gráfico de valores singulares decompostos da série. A temperatura é uma variável que desde o princípio deste estudo apresentou um padrão regular quanto aos seus ciclos, o que facilitou a escolha dos autovetores na etapa de reconstrução.

HASSANI (2007) e GOLYANDINA et al., (2001) destacam que a etapa da decomposição é bem sucedida apenas se conseguir decompor a série em componentes independentes entre si. A escolha das componentes que possam reconstruir a dinâmica intrínseca da série por meio de seus principais movimentos é feita também com base na contribuição de cada autovetor para variabilidade da mesma, conforme Figura 29.

O agrupamento dos autovetores para a reconstrução do sinal gerou 3 grupos diferentes: O grupo tendência (1 e 6), sazonalidade (2-5 e 7-8) e ruído (9-262).

As Figuras 30 e 31 apresentam a reconstrução da série para os grupos de tendência e sazonalidade, bem como os resíduos desse procedimento. Nesta etapa é possível verificar a eficácia do método quanto à sua utilização no preenchimento de falhas da série principalmente na grande janela do início da década de 90 e também a previsão dos valores futuros que cada grupo contribui para a série. É realizada um previsão de dez anos para a série.

A Figura 30 apresenta a reconstrução da série utilizando apenas os autovetores 1 e 6, e tem como resultado uma série de baixa variação que confirma a suposição de que estes autovetores são representativos para a tendência (DESTRO, 2010).

A Figura 31 apresenta a sazonalidade da série temporal, com a reconstrução por meio dos autovetores 2-5 e 7-8. A série reconstruída de sazonalidade apresenta valores baixos se comparados com a tendência, isso se deve ao fato da tendência representar 99,5% de contribuição total para a variabilidade total da série.

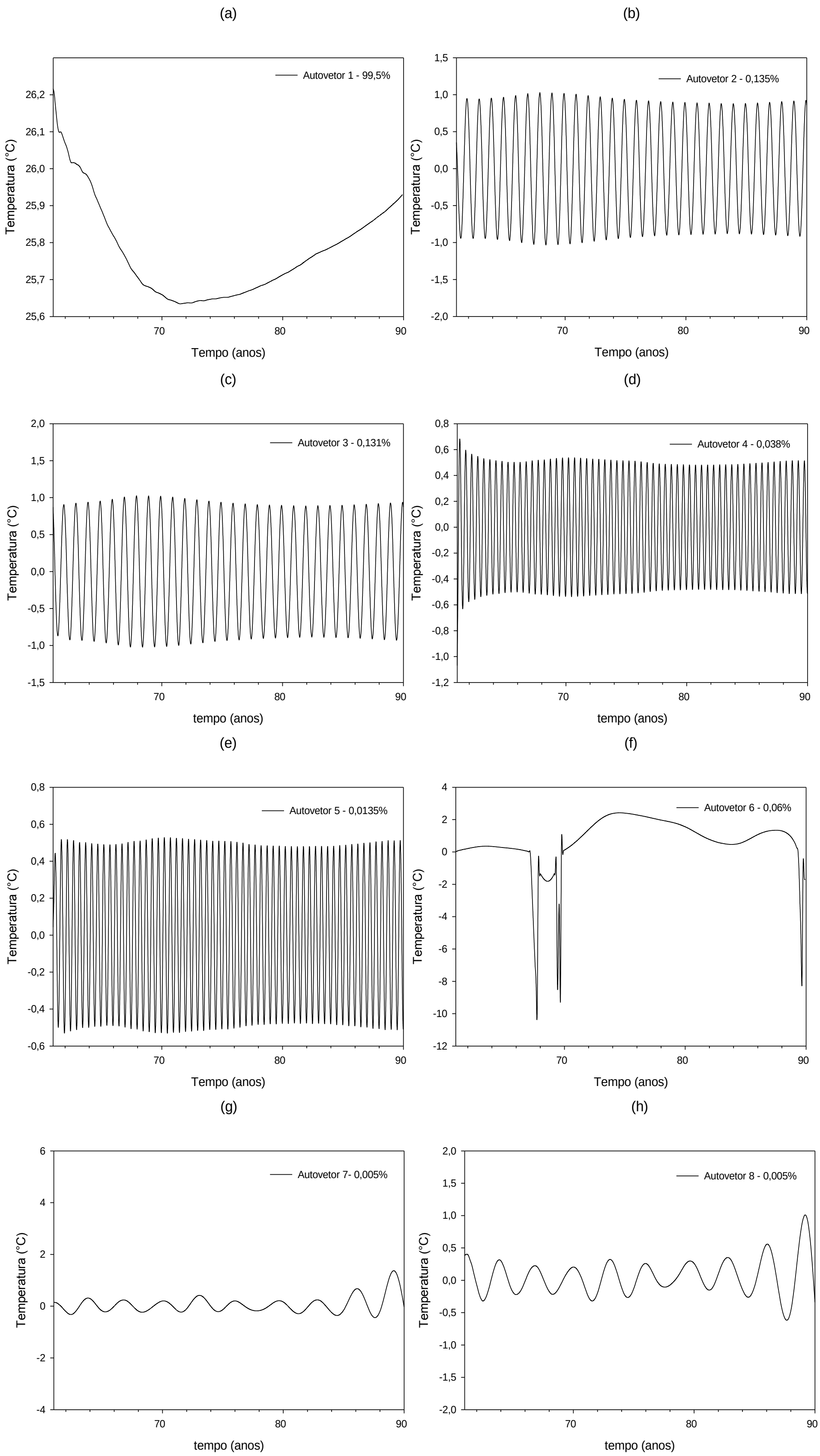
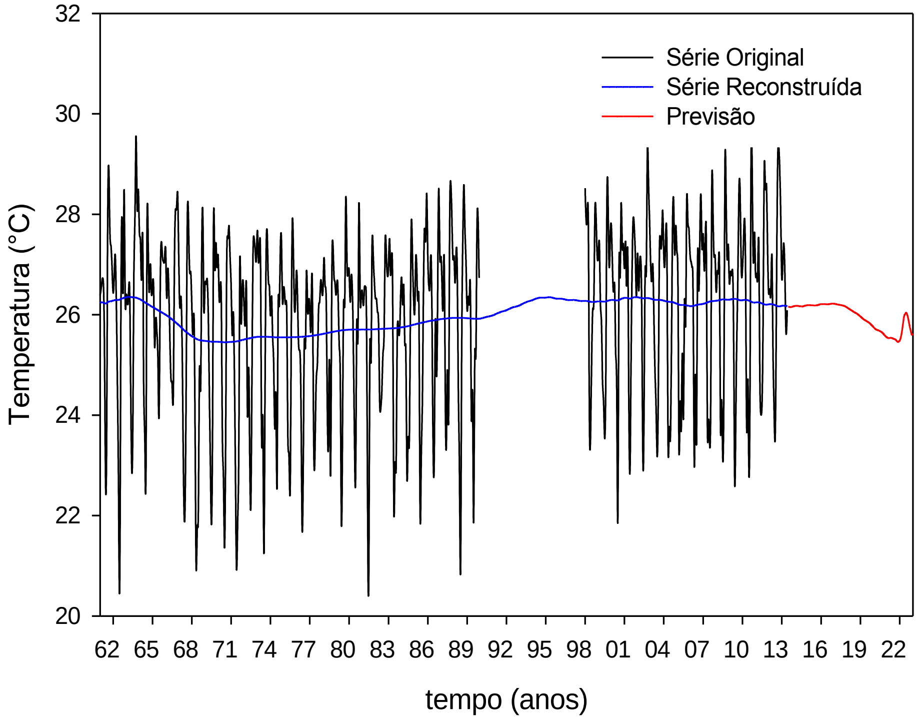


Figura 29. Autovetores reconstruídos representativos do sinal (1961-1989), resultantes da decomposição da série temporal com L=262.

(a)



(b)

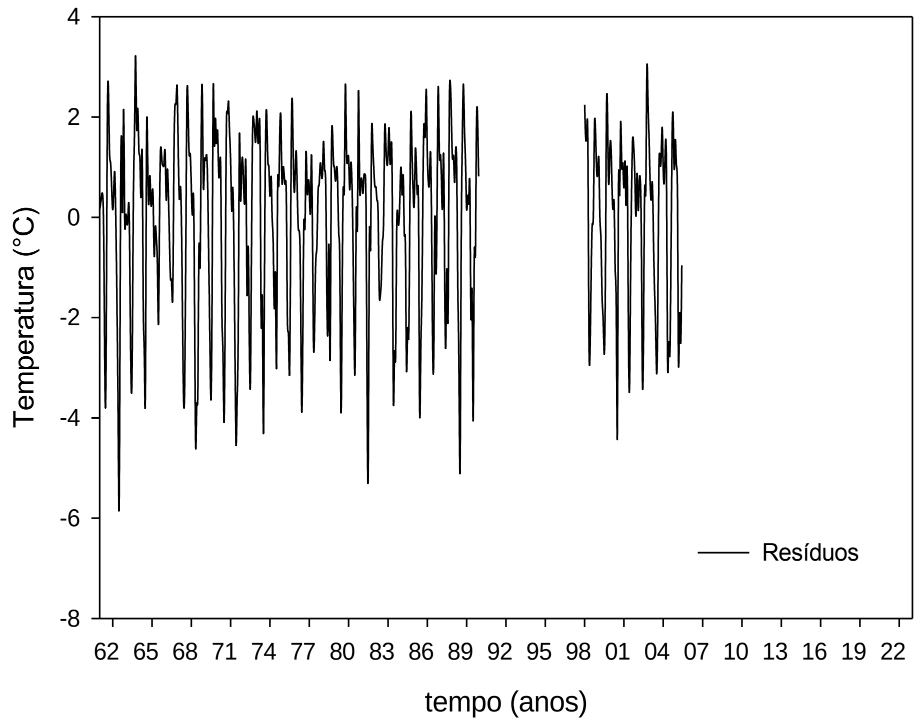
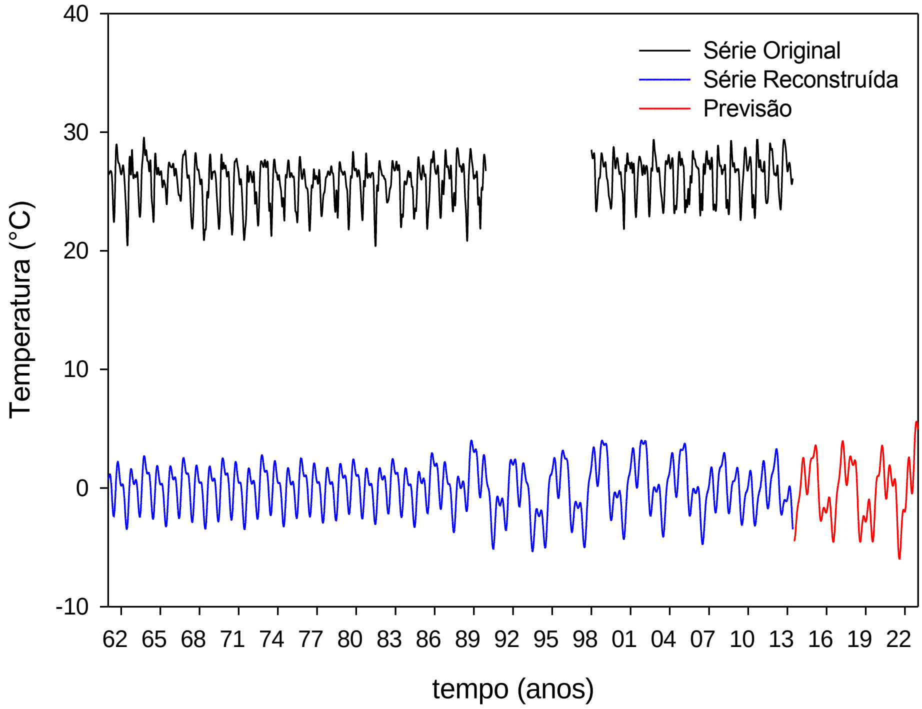


Figura 30. (a) Reconstrução do movimento de tendência (autovetor 1) da série temporal e previsão dos valores futuros da série. (b) Resíduos resultantes da reconstrução.

(a)



(b)

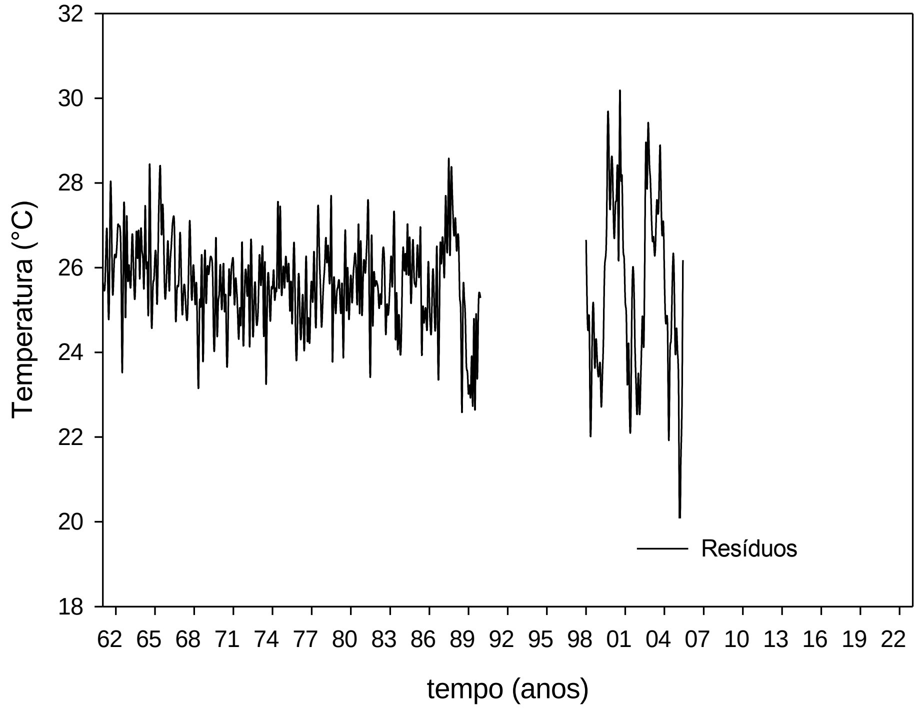


Figura 31. (a) Reconstrução dos movimentos sazonais da série temporal e previsão dos valores futuros da série sazonal (autovetor 2-3 e 4-5). (b) Resíduos resultantes da reconstrução.

Segundo Destro (2010), os resíduos encontrados na etapa de reconstrução podem ser atribuídos aos ruídos presentes na série original.

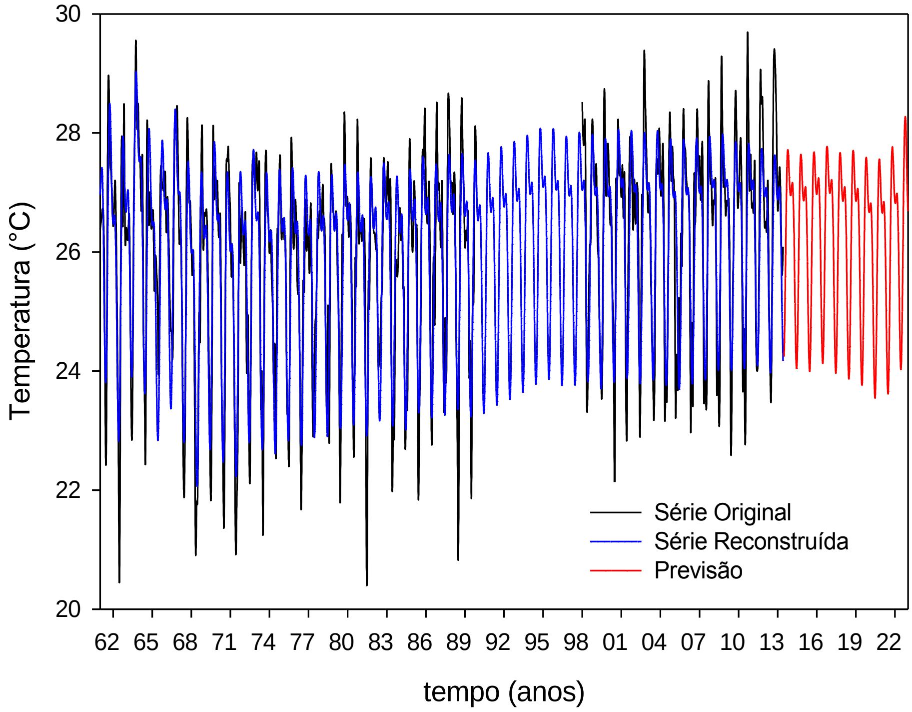
A Figura 32 apresenta a reconstrução, o preenchimento e o valor futuro da série correspondente ao sinal dos componentes de tendência e sazonalidade. O método mostrou sua eficácia novamente em realizar previsões mantendo a estrutura extraída da série e o comportamento da série original. A previsão foi realizada para dez anos a frente (120 meses). Destro (2010) ratifica a capacidade da SSA em modelar comportamentos complexos a partir do agrupamento de autovetores em seu trabalho sobre a utilização da SSA em variáveis ambientais.

No presente estudo tanto a tendência quanto as componentes sazonais da série foram reconstruídas mesmo nos períodos de falha de dados, demonstrando a capacidade do método em estimar os dados faltantes e reconstruir a dinâmica da série.

O EAM da reconstrução com as componentes de tendência e sazonalidade foi de 0,23. A série original e a série reconstruída apresentam uma boa correlação (com coeficiente de determinação R^2 = 0,7883) (Figura 33) significativa ao nível de significância de α=0,05 com valor-p <1e-6. Assim, pode-se dizer que a reconstrução da série foi satisfatória e representativa para a série original, além do preenchimento das falhas ter sido coerente com as características de sazonalidade apresentadas pela série original.

O método é capaz de extrair informação sobre a dinâmica da variável temperatura do ar. Os resultados mostram que o método SSA foi capaz de modelar a tendência e o comportamento periódico da série, com duas componentes de sazonalidade que podem estar ligadas ao ciclo anual e semianual da variável.

(a)



(b)

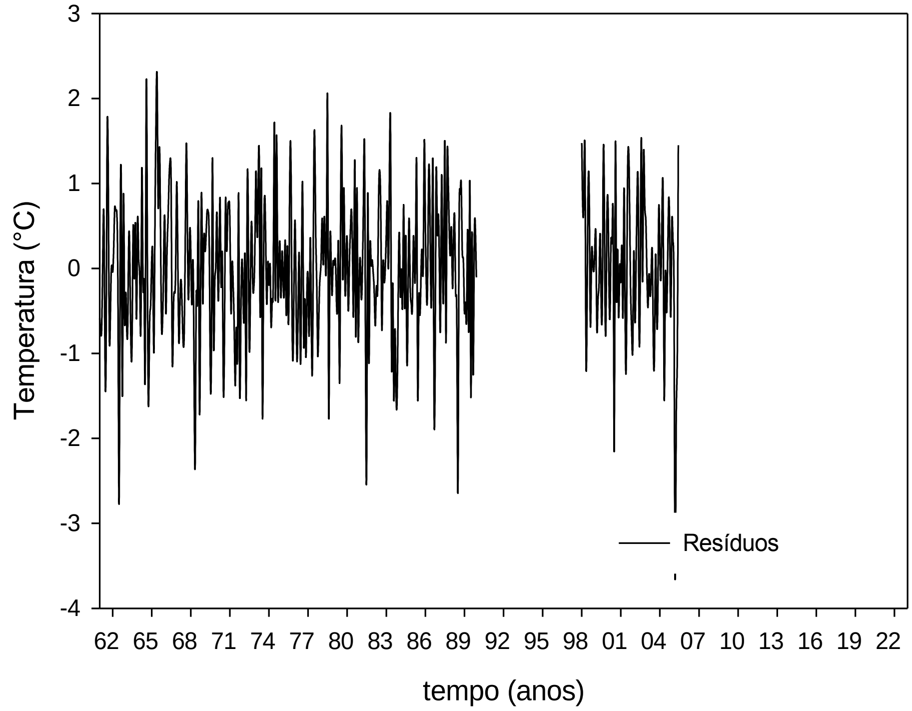


Figura 32. (a) Reconstrução da série temporal com os movimentos de tendência e sazonalidade e previsão dos valores futuros.(b) Resíduos resultantes da reconstrução.

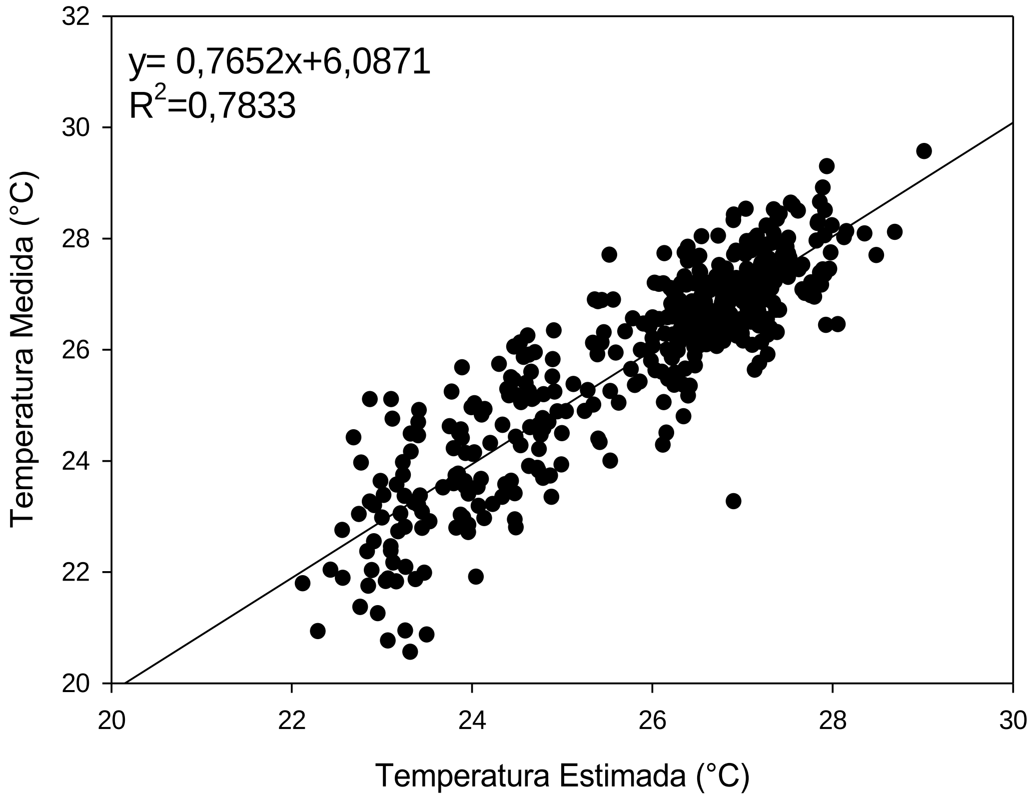
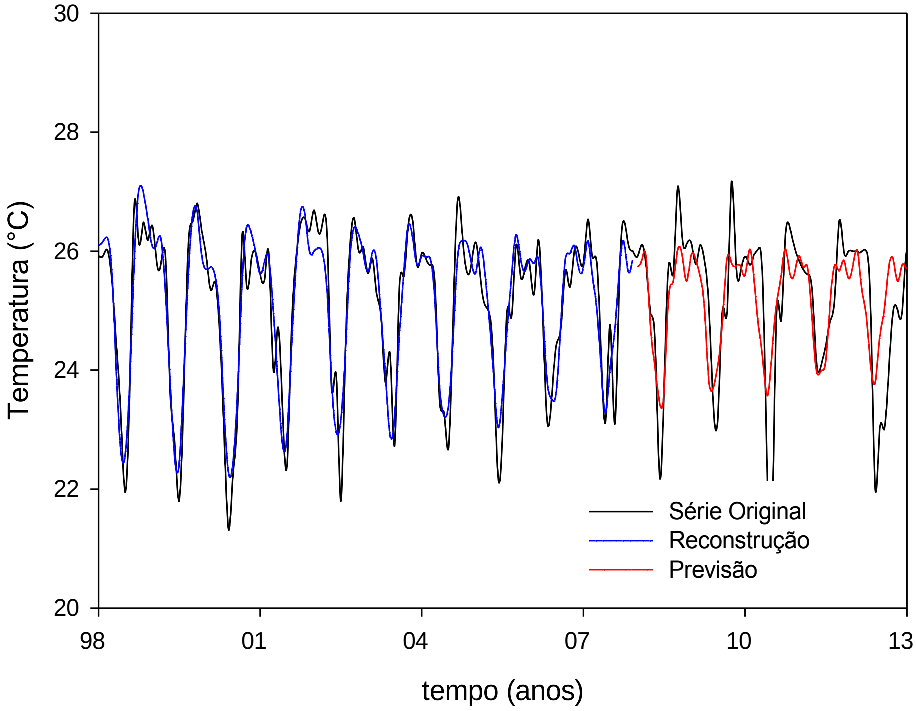


Figura 33. (a) Regressão Linear entre os valores de Temperatura Medidos e os valores de Temperatura reconstruídos pela SSA.

A Figura 34 apresenta a previsão para o período de 1998-2013 usando apenas a decomposição da série original da temperatura do ar do período de 1998-2007. Essa análise foi feita visando validar a reconstrução feita pelo método. Para a previsão foram usados os autovetores 1 (representando a tendência) e os autovetores 2-3, 4-5 e 6-7 (representando as componentes sazonais ou ciclos da série).

O método mostrou sua eficácia novamente em realizar previsões mantendo a estrutura sazonal extraída da série. Embora também apresente uma tendência a estimar valores menores de temperatura para este período. A série original e a série reconstruída apresentam uma correlação (R^2 = 0,7565) (Figura 35) significativa ao nível de significância de α=0,05,com valor-p < 1e-6.

(a)



(b)

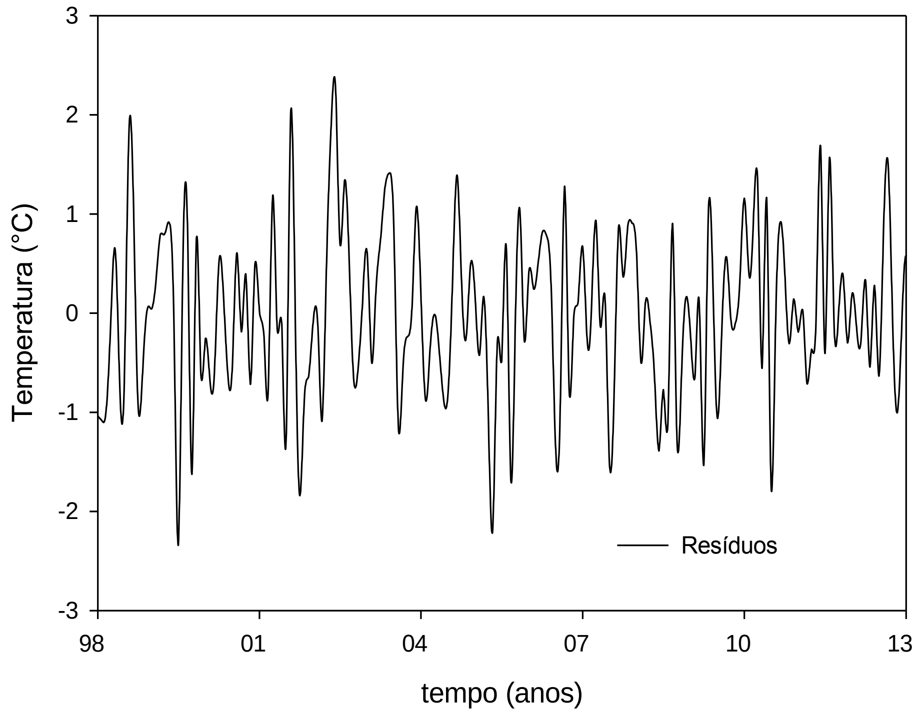


Figura 34. (a) Previsão da série temporal com os movimentos de tendência e sazonalidade. (b) Resíduos resultantes da reconstrução.

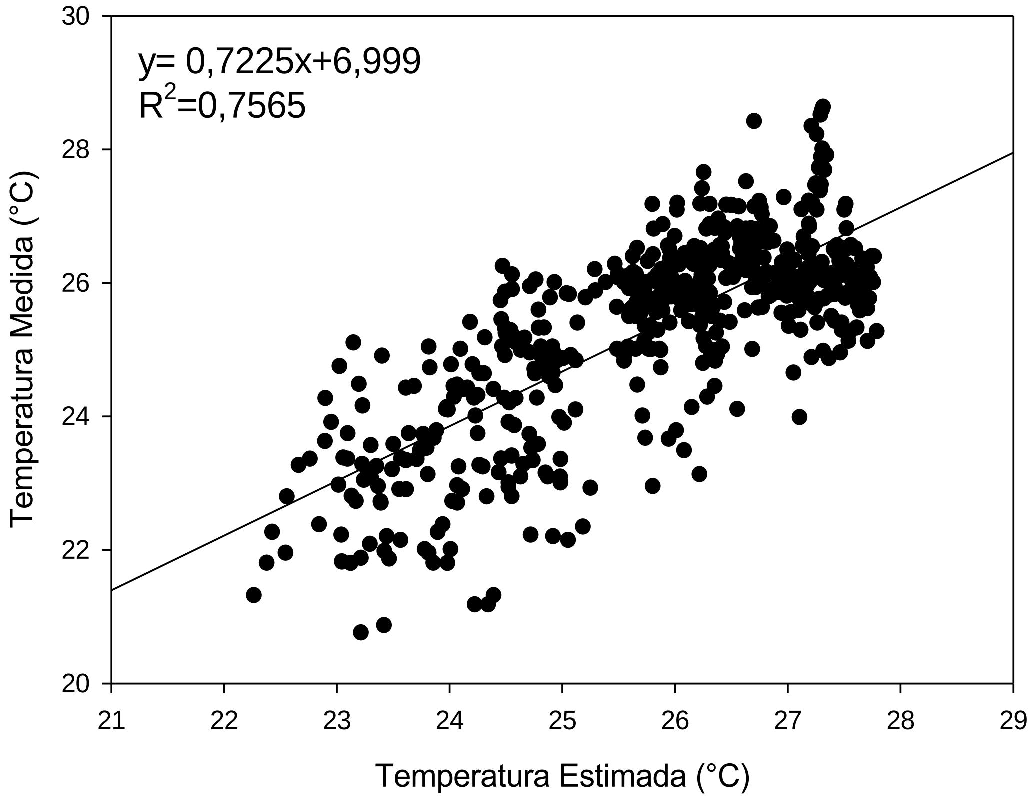


Figura 35. (a) Regressão Linear entre os valores de Temperatura Medidos e os valores de Temperatura previstos pela SSA.

5. CONCLUSÃO

A temperatura do ar tem interações dinâmicas diretamente influenciadas por fatores que operam em varias escalas espaciais e temporais. Para detectar essas interações é necessário desenvolver modelos e métodos matemáticos de análise que retirem informações dos componentes ou variáveis dinâmicas climáticas. Para tal fim, o estudo foi realizado utilizando os métodos baseados em dinâmica não linear e teoria da informação.

Cuiabá tem passado nos últimos anos por um processo de transformação intenso em sua estrutura e configuração geográfica, podendo os estudos sobre o clima auxiliar na tomada de decisões e elaboração de políticas públicas, que visem o bem-estar social e a insiram no contexto das mudanças climáticas. Nesta tese analisamos a temperatura do ar por meio do cálculo dos principais métodos que capturam a dinâmica não linear da série temporal.

A reconstrução dos parâmetros das séries de temperatura do ar e do índice ONI apresentam atratores estranhos com expoentes de Lyapunov positivos, apresentando dimensionalidade mais complexa envolvendo mais graus de liberdade para a temperatura do ar.

Os indícios de uma possível ação de regulação entre os estados dinâmicos do índice ONI e uma influência na dinâmica dos padrões não lineares (dimensão de correlação e expoentes de Lyapunov) da série de temperatura do ar foram verificados na análise sugerindo uma influência do El Niño na dinâmica de oscilação dos padrões não lineares da série.

Os resultados da análise da entropia amostral mostram que as séries tem uma complexidade moderada em sua dinâmica. As flutuações entre os filtros são maiores à medida que há um acréscimo da dimensão de imersão, com m=2 até m= 5 apresentando menores flutuações. A evolução temporal da *SampEn* com os dados do índice ONI, mostram a influência do El Niño no padrão temporal da *SampEn* da temperatura do ar, que aumenta na ausência do fenômeno climático do El Niño e diminui na presença do mesmo. Quando o fenômeno teve fraca intensidade 1976-1977 e 1977-19778, registrou-se um período de crescimento da entropia. Já os períodos de registros de uma intensidade moderada e forte do fenômeno, foram vistos na série entrópica pontos de mínimo e de inflexão, onde a série passou a decrescer 1963 a 1966, 1972-1973, 1982-1983 e 1998.

As alterações dos valores de entropia das séries de temperatura do ar com as das séries cruzadas com o ONI, apesar de sutis, conduzem a uma dinâmica de evolução que indica que os valores de entropia das séries de temperatura do ar podem ser alterados pela ocorrência de eventos El Niño.

Na MSE para a temperatura do ar, é possível observar que a complexidade aumenta em escalas de até 6 dias para os períodos de 1961-1989 e 1961-2013. Na CMSE é possível verificar um aumento dos valores de entropia em escalas de até 5 dias para os mesmos períodos. Estes resultados significam que a alteração da dinâmica da temperatura do ar pode ser afetada por componentes do sistema climático que o integram e operam nestas escalas. Na MSE e CMSE para o índice ONI a complexidade aumenta em escalas de até 8 meses para os períodos de 1961-1989 e 1961-2013.

Na análise da *Cross-MSE* e *Cross-CMSE* do período de 1961-1989 é possível observar que a complexidade aumenta em escalas de até 5 meses para os períodos de 1961-1989 e 1961-2013. No período de 1998-2013, a *Cross-CMSE* aumenta até a escala de 6 meses, decrescendo a partir deste ponto. O limite em que as escalas apresentam auto-similaridade são muito próximos, o que sugere um acoplamento entre as variáveis que podem se influenciar mutuamente.

O método SSA mostrou sua eficácia em realizar previsões mantendo a estrutura extraída da série e o comportamento da série original, com séries temporais preditas muito próximas das séries temporais medidas. No presente estudo tanto a tendência quanto as componentes sazonais da série foram reconstruídas mesmo nos períodos de falha de dados, demonstrando a capacidade do método em estimar os dados faltantes e reconstruir a dinâmica da série.

Com base nestes resultados podemos considerar que os métodos fornecem informações sobre o comportamento dinâmico da temperatura do ar em Cuiabá-MT nas diferentes escalas temporais, contribuindo para a formação de uma base cientifica, que a insira no contexto das mudanças climáticas.

6. SUGESTÃO PARA FUTUROS TRABALHOS

Como sugestão para futuros trabalhos, pode-se aplicar estes métodos em diferentes variáveis climáticas, estações de coleta de dados e localidades para que se possa investigar mudanças climáticas causadas, não somente por fenômenos naturais, como também por ações antrópicas como uso do solo, cobertura vegetal, queimadas, emissão de gases na atmosfera, mudanças no regime de precipitação, etc.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABARBANEL, H.D.I.; BROWN, R.; SIDROWICH, J.J.; TSIRING, L.S.H.; The Analysis of Observed Chaotic Data in Physical Systems. **Review of Modern Physics**. v.65, n.4, p. 1343-1347, 1993.

ANTUNES, S.M.L**. Variabilidade climática no atlântico e suas relações com o clima de Portugal**. 2007. Tese (Doutorado em Física) – Departamento de Física, Universidade de Aveiro, Aveiro, 2008.

ARAÚJO, L. S. Avaliação do impacto humano na dinâmica das variáveis hidrológicas da bacia do rio piracicaba através da análise multifractal e análise de complexidade. Tese (Doutorado em Estatística e Biometria Aplicada) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2013.

BALDOCHI, D.D.; FALGE, E.; WILSON, K.; A spectral analysis of biosphere-atmosphere trace gas flux densities and meteorological variables across hour to multi-year time scale. **Agricultural and Forest Meteorology**, v.107, n.1, p.1-27, mar. 2001.

BDMEP - Banco de Dados Meteorológicos para Ensino e Pesquisa – 2013- < http://www.inmet.gov.br/projetos/rede/pesquisa/>

BERLATO, M. A.; FONTANA, D. C. **EL Niño e La Niña: Impactos no clima, na vegetação e na agricultura do Rio Grande do Sul; aplicações de previsões climáticas na agricultura**. Porto Alegre: Ed. da UFRGS, 2003. 110p.

CAPISTRANO, V. B. **Análise de Séries Temporais de Variáveis Microclimatológicas Medidas em Sinop Mato Grosso Utilizando a Teoria da Complexidade.** 2007. 47p. Dissertação (Mestrado em Física Ambiental) - Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá.

CHOU, C. M. Applying Multiscale Entropy to the Complexity Analysis of Rainfall-Runoff Relationships. **Entropy.** 14, 945-957, 2012.

COSTA, M.; GOLDBERGER, A.L.; PENG, C.K. Multiscale entropy analysis of complex physiologic time series. **Phys. Rev. Lett**. 2002, 89, 68102.

COSTA, M.; GOLDBERGER, A.L.; PENG, C.K. Multiscale entropy analysis of biological signals. **Phys. Rev. E Stat. Nonlin Soft Matter Phys**. 2005, 71, 021906.

CUNHA, G. R. da. EL NIÑO – Oscilação Sul e perspectivas climáticas aplicadas no manejo de culturas no Sul do Brasil. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**. Santa Maria, v. 7, n. 2. p. 277-284. 1999.

DESTRO, C. A. M., LIMA, G. A. R., ZEILHOFER, P. Análise de Séries Temporais de Vazão Média Mensal do Rio Cuiabá Através do Método de Análise de Espectro

Singular. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos.** Volume 17 n.2 - Abr/Jun 2012, 111-120.

DINIZ, G.L.; FONSECA, M.; CAMPELO, J.H. Análise Harmônica do Regime de Precipitação em duas Localidade da Baixada Cuiabana. **Biomatemática**. v.18, n.18, p.37-48. 2008.

ECKMANN, J.P.; RUELLE. D. Ergodic Theory of Chaos and Strange Attractors. USA, **Review of Modern Physics**. v.57, n.3, p. 617-656. 1985.

ECKMANN, J.P.; KAMPHORST, S. O.; RUELLE. D.; CILIBERTO, S. Liapunov exponents from time-series**. Phys. Rev. A** 34 (6), 4971-4979 (1986).

ECKMANN, J. P.; KAMPHORST, S. O.; RUELLE, D. Recurrence plots of dynamical systems. **Europhysics Letter**, v.4, n.9, p.973-977, 1987.

ELSNER, J.B.; TSONIS, A.A. **Singular Spectrum Analysis. A New Tool in Time Series Analysis**. Plenum Press, New York, 1996.

ERBANO, G. H. **Análise de Séries de tempo financeiras uma aplicação da Teoria do caos em Finanças empíricas.** 2004. 69p. Dissertação (Mestrado em Administração) – Fundação Getúlio Vargas, São Paulo.

FERREIRA, M. T. **Metodos lineares e não-lineares de análise de séries temporais e sua aplicacão no estudo da variabilidade da frequencia cardíaca de jovens saudáveis.** 2010. 107 p. Dissertação (Mestrado em Bometria) – Univesidade Estadual de São Paulo, São Paulo.

FRANCO, F.M. **Análise do comportamento termo-higrométrico urbano sob a ótica do uso e ocupação do solo em Cuiabá - MT**. Cuiabá. 2013. 124p. Tese (Doutorado em Física Ambiental) – Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá.

FRASER, A. M.; SWINNEY, H. L. (1986). Indepedent coordinatesfor strange attractors from mutual information, **Physical Review A .** 33(2): 1134–1140.

GALLAGHER, R.; APPENZELLER, T. Beyond reductionism. **Science** 284:79. 1999.

GHIL, M.; ALLEN, M.R.; DETTINGER, M. D.; IDE, K.; KONDRASHOV, D.; MANN, M. E.; ROBERTSON, A. W.; SAUNDERS, TIAN, Y.; VARADI, F.; YIOU, P. Advanced spectral methods for climatic time series. **Reviews of Geophysics**. p. 1-40, 2002.

GLANTZ, M. H. Introducion. IN: GLANTZ, M. H.; RICHARD, W. K.; NICHOLLS, N. **Telleconnection linking worwide climate anomalies**. New York: Cambridge University. 2001, p.43-72.

GOLYANDINA, N., NEKRUTKIN, V., ZHIGLJAVSKY, A. **Analysis of Time Series Structure: SSA and Related Techniques**. Chapman & Hall/crc, 2001.

GOMES, F. J. D., **Relação entre Variáveis Meteorológicas e Cobertura do Céu na região central de Cuiabá e entorno.** 2010. 73 f. Dissertação (Mestrado em Física Ambiental), Instituto de Física, Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá-MT.

GRASSBERGER, P.; PROCACCIA I. Characterization of strange attractors. **The American Physical Society**, v.50, p.5, p.346-349, 1983.

GRIMM, A. M.; BARROS, V. R.; DOYLE, M. E. Climate variability in Southern South America associated with El Niño and La Niña events. **Journal of Climate**, Boston. v.13, n.01, p.35-58, 2000.

HASSANI, H. Singular Spectrum Analysis: Methodology and Comparison. **Journal of Data Science,** p. 239-257. (2007).

HILBORN, R. C. **Chaos and Nonlinear Dynamics : An Introduction for Scientists and Engineers**. New York. Oxford University Press. p.650, 1994.

IPCC Climate Change 2007: Resumo para os formuladores de políticas públicas. Contribuição do Grupo de Trabalho I do quarto relatório de avaliação do Painel Intergovernamental sobre Mudanças Climáticas.

IPCC Climate Change 2014: Impacts, Adaptation, and Vulnerability. Resumo para os formuladores de políticas públicas. Contribuição do Grupo de Trabalho II do quinto relatório de avaliação do Painel Intergovernamental sobre Mudanças Climáticas.

KENNEL, M. B.; BROWN, R.; ABARBANEL, H. D. I. Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction, **Phys. Rev. A**, 45, 3403 (1992).

KEPPENNE, C. L., M. GHIL. Adaptive filtering and prediction of the Southern Oscillation Index, **J. Geophys. Res**., n.20. p. 449-454, 1992.

KYOUNG, M. S.; KIM, H. S.; SIVALUMAR, B.; SINGH, V. P.; AHN, K. S. Dynamic characteristics of monthly rainfall in the Korean Peninsula under climate change. **Stochastic Environmental Research and Risk Assessment**, v.25, p.613-625, 2011.

LAKE, D. E.; RICHMAN, J. S.; GRIFFIN, M.P.; MOORMAN, J. R. Sample entropy analysis of neonatal heart rate variability. **American Journal of Physiology-Regulatory Integrative and Comparative Physiology**. 283: p. 789–797. 2002.

LANDSBERG, J.J. Physiology in forest models: history and the future. **Forest Biometry, Modelling and Information Sciences**, London, v. 1, p. 49-63, 2003.

LIMA, M. F. M. **Análise de dinâmica de vibrações em manipuladores robóticos.** Tese (Doutorado em Ciências da Engenharia). Universidade de Coimbra, Coimbra, 2008.

L.–Z.; LIU, X.-Y.; Qian.; Lu, H.-Y. Cross-sample entropy of foreign exchange time series, **Physica A** 389, 4785 - 4792, 2011.

LORENZ, E. N. Deterministic nonperiodic flow. **Journal of Atmospheric Sciences**, v.20, p.130-141, 1963.

LORENZ, E. N. Dimension of weather and climate attractors. **Letters to Nature**, v.353, p.241-244, 1991.

MACIEL, C. R. **Condições microclimáticas de espaços abertos: simulação de estratégias por meio do software Envi-Met**. Tese (Doutorado em Física Ambiental) – Instituto de Física, Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2014.

MAITELLI, G. T. **Uma Abordagem Tridimensional de Clima Urbano em Área Tropical Continental. O Exemplo de Cuiabá – MT.** Tese de Doutorado (Faculdade de Filosofia e Ciências Humanas), Universidade de São Paulo, 1994.

MELLO, G. J. **Previsão micrometeorológica no Pantanal Mato-Grossense pela teoria de sistemas dinâmicos**. Tese (Doutorado em Física Ambiental) – Instituto de Física, Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2013.

MILLÁN, H.; KALAUZI, A.; LLERENA, G.; SUCOSHAÑAY J.; PIEDRA, D. Meteorological complexity in the Amazonian area of Ecuador: An approach based on dynamical system theory. **Ecological Complexity**, v.6, p.278-285, 2009.

MORETTIN, P.A; TOLOI, C.M. **Análise de Séries Temporais**. São Paulo. Edgard Blusher. 538p. 2006.

MOURA, T.A.; SANTOS, V.L.L.V. Levantamento quali-quantitativo de espécies arbóreas e arbustivas na arborização viária urbana dos bairros centro e centro norte, Várzea Grande, Mato Grosso, Brasil. **Revista da Sociedade Brasileira deArborização Urbana**, Piracicaba – SP, v.1, n.1, p.97-117, 2009.

MYUNG, No-K. **Singular Spectrum Analysis**. Dissertação (Mestrado em Estatística) – University of Californy, Los Angeles, 2009.

NICOLIS, G.; PRIGOGINE, I. **Exploring Complexity- An Introduction**. 5ª edição. New York, U.S.A.: W.H. Freeman and Company. 312p. 1989.

NOBRE, C. A., SAMPAIO, G. SALAZAR. L. Mudanças Climáticas e Amazônia. **Ciência e Cultura**. vol.59 n.3. p. 22-27. 2007.

OLIVEIRA, A. S. **Influência da vegetação arbórea no microclima e uso de praças públicas**. Tese (Doutorado em Física Ambiental) – Instituto de Física, Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2011.

OMETTO, J.C. **Bioclimatologia vegetal**. São Paulo: Ceres. 400p. 1981.

PAULA, G. M. **O Fenômeno El Niño Oscilação Sul e a Erosividade das chuvas em Santa Maria**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Agrícola) – Universidade Federal Santa Maria, Santa Maria, 2009.

PALÚ, A.E.R. **Determinação do tempo de defasagem mais adequado para análise de sereis temporais de variáveis microclimatológicas medidas numa floresta de transição no norte de Mato Grosso,** 2008. 38p. Dissertação (Mestrado em Física Ambiental) - Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá.

PEREIRA, A. R.; ANGELOCCI, L. R.; SENTELHAS, P. C. **Agrometeorologia: Fundamentos e aplicações práticas**. Guaíba: Agropecuária, 478p. 2002.

PILLAR, V.D. 1995. **Clima e vegetação**. UFRGS, Departamento de Botânica. Disponível em http://ecoqua.ecologia.ufrgs.br

RICHMAN J. S.; MOORMAN J. R. Physiological time-series analysis using approximate entropy and sample entropy. **American Journal of Physiology-Heart and Circulatory Physiology.** 278(6): 2039–2049. 2000.

RUELLE, D., TAKENS, F. On the nature of turbulence. **Communications in Mathematical Physics**, v.20, p.167-192, 1971.

SALATI, E. **Mudanças climáticas e o ciclo hidrológico na Amazônia**. Em: **Causas e dinâmica do desmatamento na Amazônia**. Ministério do Meio Ambiente, 2001, p.153-172. 2001.

SAVI, M. A. **Caos em Sistemas Mecânicos**. Série Arquimedes – Volume 1, p.1-27, 2002. Ed. J.M. Balthazar, M. Boaventura, G.N. Silva, M. Tsuchida. SBMAC – Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional.

SAVI, M. A. **Dinâmica Não Linear e Caos**. Rio de janeiro: Editora E-papers, 2006. 304 p.

SCALASSARA, P. R. ; MACIEL, C. D. ; BARIN, C. S. . Minimização de Ruído Eletroquímico Usando Processamento Digital de Sinais. **Semina. Ciências Exatas e Tecnológicas**, Londrina, v. 25, p. 135-143, 2004.

SHUANGCHENG, L.; QIAOFU,Z; SHAOHONG,W.; ERFU, D. Measurement of climate complexity using sample entropy. **International Journal of Climatology**. n. 26. p. 2131–2139. 2006.

SIMONI, A. R. **Análise de séries temporais aeroelásticas experimentais não lineares**. 2008. Tese (Doutorado em Aeronaves) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008.

SILVA, L. E. V. **Análise do sinal de variabilidade da frequencia cardíaca atarvés de estatística não extensiva: taxa de *q*-entropia de multiescala**. Tese (Doutorado em Ciências- Física aplicada à Medicina e Biologia), Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 2013.

SILVA, R. G. da. Predição da configuração de sombras de árvores em pastagens para bovinos. **Engenharia Agrícola**, v.26, n.1, p.268-281, 2006.

SILVA, R. L. **Oscilações espontâneas de corrente elétrica e rotas para o caos em GaAs semi-isolante**. Tese (Doutorado em Física) – Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2006.

SILVA, S. T. **Consistência dos períodos dominantes das variáveis micrometeorológicas da floresta de transição no norte de Mato Grosso utilizando análise de Fourier**. Dissertação (Mestrado em Física Ambiental) – Instituto de Física, Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2011.

TAKENS, F. Detecting strange attractors in turbulence, in Dynamical Systems and Turbulence, **Lecture Notes in Mathematics**, eds. Rand, D. & Young, L. S. Springer-Verlag, Berlin, v.898, p.366-381, 1981.

TANG X. J.; TIAN X.; YANG Z.; ZHANG T. Complexity measurements of electroencephalograph recordings using sample entropy algorithm in patients with temporal lobe epilepsy. **Acta Biochimica et Biophysica Sinica.** 20(5) p.382–392. 2004.

VIDAL, L. A. **Análise de séries meteorológicas de altitude na grande Cuiabá com métodos da teoria da complexidade.** Tese (Doutorado em Física Ambiental) – Instituto de Física, Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2012.

VILANI, M. T. **Análise de Fourier e *wavelet* em variáveis micrometeorológicas em diferentes tipologias de ocupação**. Tese (Doutorado em Física Ambiental) – Instituto de Física, Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2011.

VIOLA, F. M.; PAIVA, S. L. D.; SAVI, M. A. Analysis of the global warming dynamics from temperature time series. **Ecological Modelling**, v.221, p.1964-1978, 2010.

VIOLA, F. M.; **Análise do aquecimento global através de uma perspectiva dinâmica.** Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2011.

WANG, X.; CHEN, G. Chaotication via arbitrarily small feedback controls: Theory, method and applications, Int**. J. Bifurcation and Chaos**, n. 10, 549-570. 2001.

WHEELWRIGHT, S. C.; MAKRIDAKIS, S. **Forecasting methods for management**. 4. ed. New York: J. Wiley, 1985.

DE WU, S. WEN WU, LIN, S.G., WANG, C.C., KUNG, Y, L. Time Series Analysis Using Composite Multiscale Entropy. **Entropy**, 15 1069-1084 (2013).

XIE, H-B.; GUO, J-X.; ZHENG, Y-P. A. comparative study of pattern synchronization detection between neural signals using different cross-entropy measures, **Biological Cybernetics** 102, 123 - 135, 2010.

ZAFFALON, M.; HUTTER, M. Robust features selectionby mutual information distributions, **18th InternationalConference on Uncertainty in Artificial Intelligence,** pp. 577–584. 2002.

8. ANEXOS

ANEXO A - *SampEn*

Fonte: <http://physionet.cps.unizar.es/physiotools/sampen/matlab/1.1/sampen.m>

```
function [e]=sampen(y,M,r,sflag,cflag,vflag)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Parâmetros                                                               %
% y  sinal de entrada                                                      %
% M  dimensão de imersão                                                   %
% r  raio de varredura (raio padrão r=.2)                                  %
% sflag    normaliza os dados                                              %
% cflag    uso do C code                                                   %
% vflag    calcula erro                                                    %
% e  entropia amostral                                                     %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

if ~exist('m')|isempty(m),m=2;end
if ~exist('r')|isempty(r),r=.2;end
if ~exist('sflag')|isempty(sflag),sflag=1;end
if ~exist('cflag')|isempty(cflag),cflag=1;end
if ~exist('vflag')|isempty(cflag),vflag=0;end
y=y(:);
n=length(y);
if sflag>0
   y=y-mean(y);
   s=sqrt(mean(y.^2));
   y=y/s;
end
if nargout>1
    if vflag>0
        se=sampense(y,M,r);
    else
        se=[];
    end
end
if cflag>0
   [match,R]=cmatches(y,n,r);
   match=double(match);
else
   [e,A,B]=sampenc(y,M,r);
   return
end
k=length(match);
if k<M
   match((k+1):M)=0;
end
N=n*(n-1)/2;
A=match(1:M);
B=[N;A(1:(M-1))];
N=n*(n-1)/2;
p=A./B;
e=-log(p);
```

ANEXO B - *Cross-Sampen*

Fonte: <http://physionet.cps.unizar.es/physiotools/sampen/matlab/1.1/cross_sampen.m>

```
function [e]=cross_sampen(x,y,M,r);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Parâmetros                                                                  %
% x,y  sinais de entrada                                                      %
% M  dimensão de imersão                                                      %
% r  raio de varredura (raio padrão r=.2)                                     %
% sflag    normaliza os dados                                                 %
% cflag    uso do C code                                                      %
% vflag    calcula erro                                                       %
% e  entropia amostral                                                        %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

if ~exist('M')|isempty(M),M=2;end
if ~exist('r')|isempty(r),r=.2;end
if ~exist('sflag')|isempty(sflag),sflag=1;end
y=y(:);
x=x(:);
ny=length(y);
nx=length(x);
if sflag>0
   y=y-mean(y);
   sy=sqrt(mean(y.^2));
   y=y/sy;
   x=x-mean(x);
   sx=sqrt(mean(x.^2));
   x=x/sx;
end

lastrun=zeros(nx,1);
run=zeros(nx,1);
A=zeros(M,1);
B=zeros(M,1);
p=zeros(M,1);
e=zeros(M,1);
for i=1:ny
   for j=1:nx
      if abs(x(j)-y(i))<r
         run(j)=lastrun(j)+1;
         M1=min(M,run(j));
         for m=1:M1
            A(m)=A(m)+1;
            if (i<ny)&(j<nx)
               B(m)=B(m)+1;
            end
         end
      else
         run(j)=0;
      end
   end
   for j=1:nx
      lastrun(j)=run(j);
   end
end
N=ny*nx;
B=[N;B(1:(M-1))];
p=A./B;
e=-log(p);
```

ANEXO C – **Procedimento para calcular as séries com os fatores de escala**

Fonte: DE WU, et al., Time Series Analysis Using Composite Multiscale Entropy. **Entropy**, 15 1069-1084 (2013).

```
function y=CoarseGrain(x,s)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Procedimento  para calcular as “coarse grain”                    %
% x: sinal de entrada; s: fator de escala; y: saída                %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

N=length(x); %length of input signal
for i=1:1:N/s
 y(i)=mean(x((i-1)*s+1:i*s));
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Salve a saida em um arquivo data.txt.                            %
% Aplique o algoritimo da SampEn para calcular MSE e CMSE e        %
% Cross-SampEn para calcular Cross-MSE e Cross-CMSE                %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```